LA RELATION TEXTUELLE D'EXEMPLIFICATION ET L'EXEMPLE MATHEMATIQUE[1]

Alice TOMA*
Université Libre de Bruxelles, GRAL/ Université de Bucarest
Cristina-Alice.Toma@ulb.ac.be

Résumé

L'*exemple* est un sujet complexe dont l'étude peut être envisagée de différents points de vue dans le cadre de différentes approches : rhétorique, linguistique, philosophique etc.
Prenant pour point de départ la linguistique, mon article se propose d'étudier un cas particulier d'exemple, l'*exemple mathématique*, dans une perspective textuelle.

Pour bien circonscrire l'analyse qui suit, l'article procède, dans un premier temps, à une brève présentation de son cadre théorique et des concepts opérationnels, tout en insistant sur les différentes acceptions de *l'exemplificatio**n***. Dans un deuxième temps, on examine d'une manière textuelle quantitative les exemples mathématiques avant de passer à une analyse textuelle fine des marques d'exemplification basée sur la méthode de la *lecture analytique*. On finit avec les principaux résultats de l'analyse et les perspectives que ceux-ci font apparaître.

Mots-clés

Texte scientifique, linguistique textuelle, lecture analytique, relation textuelle, exemple mathématique.

Abstract

The *example* is a complex topic that can be approached and studied from various points of view and within several different frameworks: rhetorical, linguistical, philosophical etc. With linguistics as a starting point we study the *mathematical example*

* Cristina-Alice TOMA, lecteur à l'Université de Bucarest et à l'Université Libre de Bruxelles; elle est docteur en Philologie et docteur ès lettre; elle a publié des volumes, des articles et des études en Roumanie et à l'étranger. Elle fait partie du réseau pan latin de terminologie REALITER ; de TERMILAT, TERMROM, RITERM, SSL, SBL et de listes et groupes de recherche et discutions scientifique CLTA, GRAL, Terminometro, HDG.

[1] This work was supported by the strategic grant POSDRU/89/1.5/S/62259, Project "Applied social, human and political sciences. Postdoctoral training and postdoctoral fellowship in social, human and political sciences" cofinanced by the European Social Fund within the Sectorial Operational Program Human Resources Development 2007-2013.

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

from a textual point of view, and as a particular case of the *example*. We start with a short presentation of the general theoretical framework and the operational concepts employed in our analysis, while insisting on the various meanings of *exemplification*. In a second step we examine the mathematical examples using quantitative textual tools before proceeding to a fine textual analysis of the marks of exemplification based on the method of *analytical reading*. We conclude by summarizing the main results of the analysis and discussing the prospects they reveal.

Keywords

Scientific text, textual linguistics, analytical reading, textual relation, mathematical example.

1. L'exemple et l'exemplification – une relation textuelle

Le domaine d'étude de ma recherche est l'***analyse textuelle*** et la stratégie pour aborder les phénomènes textuels pertinents est la ***lecture analytique***. Conformément à la théorie textuelle, le texte est un « espace des opérations mentales », ayant une « architecture complexe ». Pour pouvoir décrire les aspects compositionnels de cette architecture, il faut partir du texte concret, analyser en détail un certain « mouvement textuel », mettre en évidence la variété de ses emplois et les classifier (fréquence, position, longueur, marqueurs, autres caractéristiques; regarder les problèmes de « bonne construction textuelle ») pour pouvoir finalement réaliser un schéma général qui montre la hiérarchie des « mouvements » et leur proximité dans l'architecture textuelle (Manzotti et al. 1992).

Parmi les trois étapes postulées par la lecture analytique – l'analyse du texte, l'analyse détaillée d'un « mouvement textuel » et la construction du schéma général hiérarchique – je vais me concentrer sur la deuxième en passant à la loupe la relation d'exemplification.

D'une manière plus large, je définis la ***relation textuelle*** – et, en particulier, l'***exemplification*** – comme une structure de trois segments textuels : la partie gauche, le « relationneur » et la partie droite de la relation – structure qui a la fonction d'assurer la continuation (cohérence) textuelle. Le sens global du texte (en tant que résultat de plusieurs relations reliées, à leur tour, entre elles) ou du fragment de texte (qui résulte de la concaténation des trois segments qui constituent une relation) est assuré par le bon fonctionnement de l'action relationnelle, à savoir, l'adéquation

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

réciproque des trois parties de la structure. En termes syntaxiques, dans un exemple classique, la succession des trois[2] segments revient à :

Exé [exemplifié] + par exemple + Exnt [exemplificant]

Entre l'***exemplifiant*** et le fragment de texte auquel l'exemple fait référence (l'***exemplifié***) il y a une relation d'***exemplification***. La littérature de spécialité (cf. Manzotti 1995) distingue cinq aspects de l'exemplification : l'exemplification en tant que phénomène (linguistique) textuel ; l'exemplification en tant que phénomène (linguistique) grammatical ; l'exemplification en tant que phénomène (rhétorique) argumentatif ; l'exemplification en tant que type textuel et genre littéraire ; l'exemplification en tant que problème pratique, de la théorie de la composition et de l'interprétation.

1.1. L'exemplification en tant que phénomène (linguistique) textuel

Dans une première acception, une acception relative, l'exemplification est l'opération discursive (le passage du **p** (**Exé**), un cas général, à **q** (**Exnt**), un cas particulier). Je propose une distintion supplémentaire, entre l'opération ou l'action discursive et la relation textuelle. Le processus sous-jacent à l'opération discursive est la déduction. Cette relation n'est pas une relation « inter propositionnelle » (entre « états de choses »), mais une relation entre segments de texte.

En tant que phénomène textuel, *« l'exemplification, en effet, est une des "actions linguistiques" particulières qui sont classifiées soit comme tenant de l' "organisation ", soit comme tenant de la "construction " textuelle : donc une action avec laquelle celui qui écrit détermine progressivement l'architecture complexe du texte. »* (Manzotti 1995 : 52).

L'exemplification constitue, à l'intérieur d'un texte, la liaison nécessaire entre *« un cas particulier et un cas général »* (Manzotti 1995 : 49). La marque du passage exemplificatoire apparaît soit au début du passage exemplificatoire, soit à l'intérieur de celui-ci, soit à sa fin. L'exemplification est suivie d'un retour à un degré plus haut de généralisation qui est relié au

[2] Un des trois segments de la structure relationnelle peut manquer dans certains cas. Il est intéressant de pouvoir établir les conditions dans lesquelles l'action relationnelle peut être remplie, malgré le fait que la structure relationnelle ne contient pas les trois éléments.

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

fragment exemplifié. L'exemplification peut être ***simple*** ou ***complexe***, c'est-à-dire, constituée d'un ou plusieurs exemples.

(1) Signe d'appartenance. Elément *dans* un ensemble : par exemple $3 < \mathbf{N}$ et $\pi < \mathbf{R}$. On écrit indifféremment $\pi < \mathbf{R}$ ou $\mathbf{R} > \pi$. (Harpe 2004 : 20).

Dans l'exemple ci-dessus la marque d'exemplification *par exemple* précède le passage « exemplificatoire », l'Exnt étant $3 < \boldsymbol{N}$ *et pi* $< \boldsymbol{R}$. La partie générale, l'Exé *Elément dans un ensemble* est reprise dans le passage qui suit l'Exnt et enrichie avec le symbole introduit dans l'Exnt. Je constate qu'à l'aide de l'exemple on introduit un sens supplémentaire au signe d'appartenance, à côté de « dans », à savoir « contient ».

L'exemplification a, dans un sens intuitif, une fonction illustrative et justificative.

(2) Une application $\alpha : X \dashrightarrow Y$ est dite [...] *bijective* si α est à la fois injective et surjective. EXEMPLES. [...] (iv) $\delta : [0, \infty[$ 'appartient' $t \dashrightarrow t^2 < [0, \infty[$ est bijective. (Harpe 2004 : 23).

Dans cet exemple, X et Y ont une valeur précise, à savoir $[0, \infty]$. La même chose pour α qui devient $\delta\ t \dashrightarrow t^2$. De cette façon, (iv), un Exnt, illustre l'Exé, la propriété d'une application d' « être bijective ».

Les deux exemples précédents mettent en évidence l'utilisation des marques différentes de l'exemplification : *par* exemple et EXEMPLES. Dans les deux cas, les marqueurs sont spécifiques, car ils identifient d'une manière univoque une relation comme étant une exemplification. Il y a aussi des situations où les marqueurs utilisés pour construire la relation sont non spécifiques, car ceux-ci peuvent introduire une classe plus ample de relations ; ils expriment normalement d'autres relations, mais ils peuvent marquer aussi une exemplification (par exemple, *ainsi*).

Pour le texte mathématique la marque privilégiée semble être *Exemple(s)*. La marque *ainsi* n'introduit normalement pas un exemple mathématique :

(3) On définit la *composition* de ∞ et β
$X \dashrightarrow Z\ \beta\alpha : x \dashrightarrow \beta(\alpha(x))$.
Ainsi, $\beta\alpha$ est bien la composition dans l'ordre indiqué par le diagramme
$X \overset{\alpha}{\dashrightarrow} Y \overset{\beta}{\dashrightarrow} Z$. (Harpe 2004 : 22).

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

Dans l'exemple ci-dessus *ainsi* introduit une sorte de reformulation et non pas une exemplification.

Quand l'exemplification est une séquence textuelle plus grande, le marqueur de l'exemplification est remplacé par une proposition entière, ayant pour prédicat (ou pour argument) un des termes de la famille lexicale de l'*exemple*.

(4) Après un nombre fini de telles étapes, on obtient un système dont la solution est 'évidente'. Les trois exemples qui suivent illustrent l'algorithme. (Le lecteur exigeant trouvera sans doute – à juste titre – notre description trop vague ; une formulation plus satisfaisante viendra en son temps, peut-être dans un cours de programmation.) EXEMPLE 1. [...]. (Harpe 2004 : 15).

La phrase *Les trois exemples qui suivent illustrent l'algorithme* introduit un ensemble d'exemples qui constitue l'Exnt d'une longueur d'environ deux pages. L'Exé lui aussi est d'une quantité significative (environ deux pages) qui décrit la méthode de Gauss utilisée pour résoudre les systèmes linéaires.

1.2. L'exemplification en tant que phénomène (linguistique) grammatical

L'analyse grammaticale de l'exemplification s'occupe des aspects de la sémantique lexicale et de la sémantique et pragmatique de la phrase (de l'énonciation). Souvent, du point de vue syntaxique, l'exemplification se présente comme une apposition accompagnée des expressions qui indiquent le caractère exemplificatif. Du point de vue sémantique l'exemplification fait partie de la famille des « cas particuliers », s'opposant à la spécification, comme le démontre le raisonnement suivant.

Si l'on limite l'apposition à ses occurrences nominales, on peut utiliser le raisonnement par réduction à l'absurde pour établir la liaison sémantique (seulement !) de l'exemple à son antécédent. On vérifie rapidement avec Emilio Manzotti[3] qu'il ne s'agit pas d'une spécification, mais plutôt d'un

[3] « L'idea della specificazione, in primo luogo. Essa, confrontata all'evidenza di coppie di contrastante accetabilità comme (1/5) e (1/5'), si rivela subito insufficiente, anche se nulla impedisce a rigore la ripresa esemplificativa di una entità singola (cfr. (1/5'')) :
(1/5) Ho comprato un giornale stamatina : il *Corriere*
(1/5')Ho comprato un giornale stamatina : il *Corriere*, ad esempio
(1/5'')Comprale un giornale : il *Corriere*, ad esempio.

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

« cas particulier » parmi plusieurs cas généraux (v. 1/5'') ou d'un rapport élément – ensemble (v. la non acceptabilité du 1/5''').

La relation d'exemplification et son marqueur méritent une analyse plus fine pour établir leur contribution à la sémantique et pragmatique de la phrase.

1.3. L'exemplification en tant que phénomène (rhétorique) argumentatif

L'exemplification argumentative est l'acception absolue du terme. Elle consiste dans le passage d'un cas particulier à un autre cas particulier, tout en tenant pour vrai un principe général par rapport auquel les cas retenus comme exemples sont des mises à jour particulières, vraies, utiles ou nécessaires du passé conjointement connu par les locuteurs – l'orateur et son public. La technique à la base de l'exemplification est l'analogie. Quintilien parle d'une histoire mentionnée à l'appui d'une idée. Aristote précise que le rapport qui relie les deux composants de l'analogie dont un est suffisamment connu (d'où sa notoriété) est l' « induction rhétorique ».

Emmanuelle Danblon étudie d'une manière approfondie les mécanismes logiques de l'exemple rhétorique et la place qu'y occupe le ***paradeigma*** - un argument spécifique pour le genre délibératif, dont le but est d'aider l'auditoire à prendre une décision. Le paradeigma *« relèverait plutôt de l'abduction, mode de raisonnement quasi-immédiat, parfois interprété comme une illumination esthétique. »* (Danblon 2004 : 188). L'exemple rhétorique privilégie une pensée narrative ; les inférences logiques sont des abstractions et des décontextualisations de certaines anciennes représentations narratives. L'exemple rhétorique est un événement marquant pour la communauté et par sa forme narrative il réfute un éventuelle critique ; par sa conception déterministe du monde il ressemble au mystique. La force persuasive de l'exemple rhétorique ne prend pas en compte le fait que l'événement raconté soit réel ou fictionnel. L'exemple rhétorique mime une oralité primaire, cognitive, au sein d'une oralité secondaire et, sans revendiquer une valeur explicative, il acquiert une valeur persuasive.

(1/5''')Ho comprato tre giornali, stamatina : il *Corriere*, ad esempio » (Manzotti 1995 : 54-55).

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

L'exemple est, dans la rhétorique antique, une technique d'argumentation basée sur l'analogie qui consiste dans *« la liaison des affirmations particulières »* (Manzotti 1995 : 55). L'exemple est une sorte d'induction[4].

L'exemple est un moyen, un argument, par l'intermédiaire duquel on admet pour vrai un fait tout en le comparant avec un autre fait dont la vérité est bien connue. Il assure ainsi une sorte particulière d'induction d'un cas particulier à un autre cas particulier. Le mécanisme de l'induction est très bien donné dans ce qui suit :

« Dunque, da una proposizione p_0 vera o ammessa per vera si conclude per via d'esempio alla verità o utilità o necessità di altra proposizione p_1 sulla base di 'somiglianze': proprietà comuni (e di una certa evidenza) a p_0 e p_1 – sulla base cioè di un principio generale di cui sia p_0 sia p_1 sono istanze. Nelle accezioni discusse sopra un esempio pi serviva a corroborare una asserzione generale p di cui pi era un caso particolare (p = {pi}). Qui, per contro, si rimane all'interno del paradigma relativo allo specifico esempio menzionato, dando per scontata la validità dell'asserzione generale. Una volta assunta la definizione di esempio come argomentazione da caso particolare a caso particolare, si apre il campo a tutta la varietà di manifestazioni che la tradizione giuridica ha debitamente riconosciuto e commentato; si avranno cosi gli 'argomenti' (o 'esempi') a pari, a contrario, a fortiori, ecc. » (Manzotti 1995 : 57).

1.4. L'exemplification en tant que type textuel et genre littéraire

L'exemple en tant que type ou genre textuel (littéraire) se caractérise par une structure, une fonction et un contenu spécifique. La définition nous montre clairement le rôle de cette exemplification :

« Un exemplum consiste essenzialmente nella narrazione all'interno di un testo (predica, ecc.) di un fatto – storico o similstorico – che illustri in modo particolamente icastico, in positivo o in negativo, una verità generale dell'ordine del morale, colpendo l'immaginazione dei destinatari e fissandosi nella loro memoria come memento per comportamenti futuri. » (Manzotti 1995 : 58).

[4] « L'esempio è così una "induzione retorica", cioè una induzione di tipo particolare, che non fa passare da uno/ più casi singoli ad una generalizzazione, ma piuttosto da uno/ più casi singoli ad un altro caso particolare per il tramite di una generalizzazione implicita (= induzione). » (Manzotti 1995 : 55).

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

1.5. L'exemplification en tant que problème pratique, de la théorie de la composition et de l'interprétation

Dans la construction du texte, l'exemplification interagit avec d'autres « mouvements » (la justification, la particularisation) et organise la transmission de l'information, ayant un rôle important au niveau didactique, par exemple. Elle est :

- une pause « physiologique » de la communication ; elle assure l'abaissement du flux informationnel et du raisonnement ; elle permet la compréhension et le souvenir de l'idée du texte.
- un instrument de « copie » ; elle assure le passage des cas particuliers à la généralisation ou, à l'envers, elle constitue l'illustration des affirmations générales.

Mais l'exemplification, mal utilisée, peut conduire à une difficulté d'interprétation du texte. Ainsi, quand on fait le passage d'un ou plusieurs exemples (non marqués comme tels) à la généralisation qui est basée sur ceux-ci, il est difficile de séparer la généralisation de ses exemples cataphoriques. De même, quand l'exemple est relié à deux ou plusieurs idées générales, il est difficile pour le lecteur de fragmenter l'exemple en deux parties correspondantes à chacune des deux généralisations.

L'utilisation claire de l'exemplification impose des étapes obligatoires[5]. Or, selon le corpus, il apparaît que les mathématiques utilisent toujours la structure ternaire de l'***exemple***.

(5) L'ensemble **Q** des nombres rationnels, contenant par exemple -2, ¾, 11 ½. (Harpe 2004 : 19).

Dans l'exemple précédent l'Exnt est composé de trois membres *-2, ¾* et *11 ½*, ce qui n'atteint pas la clarté de l'exemplification. La marque explicite, *par exemple*, ainsi que le pluriel présent dans l'Exé *des nombres* sont des indices qui permettent une lecture correcte de la relation d'exemplification, tout en comprenant facilement l'exemple triple. D'ailleurs il s'agit ici d'un cas assez simple. Mais, même quand les exemples sont plus complexes, ce n'est pas aux dépends de la clarté. Un des moyens pour y aboutir est la

[5] « Teme come quelli a cui si è accennato sono tappe obbligate non solo verso una (ancora tutta da scrivere) 'stilistica della costruzione testuale', ma anche, accanto allo studio di analoghi movimenti testuali, in generale dell'educazione logica, di quell'arte del pensare razionale' che è il denominatore comune di ogni disciplina. » (Manzotti 1995 : 63).

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

prolifération des marqueurs d'exemplification. Par exemple, pour donner des exemples d'application de la méthode de Gauss, l'auteur combine la marque phrastique *Les trois exemples qui suivent illustrent l'algorithme* avec la marque habituelle qui apparaît devant chaque partie de l'Exnt, accompagnée d'un nombre qui élimine toute possible ambiguïté.

2. L'exemplification mathématique – une étude quantitative

L'***exemplification***, ou, plus simplement, l'exemple, est une des plus fréquentes relations mathématiques. Les exemplifications apparaissent parsemées[6] tout au long du texte mathématique.

En parcourant les cours universitaires (v. *Sources textuelles*) je découvre un grand nombre d'exemplifications – 137. Cette constatation confirme l'intuition selon laquelle les mathématiques, étant très abstraites, utilisent des moyens pour diminuer ce degré élevé d'abstraction et pour se rendre plus facilement compréhensibles. L'exemplification est un de ces moyens.

L'exemplification est annoncée par diverses marques : *exemple*, *exemples*, *exemple + nombre*, *par exemple*, *comme*, *problème*, et *parmi... citons*. Ces marques ont des fréquences d'utilisation différentes. Il reste à savoir si une certaine marque est constamment reliée à un certain type d'exemplification. Par contre, une chose évidente est que les marques les plus utilisées sont *par exemple* et *exemple + nombre*, avec respectivement, 51 et 50 emplois; la classe de fréquence moyenne est formée par *exemple* et *exemples* avec respectivement 19 et 12 emplois; les marques d'exemplification les moins fréquentes sont *comme* (1 emploi), *parmi... citons* (1 emploi) et *problème* (2

[6] L'inventaire des marques de l'exemplification, selon les auteurs :
comme : Bell 1939 non ; Bortolotti 1991 non ; Bourbaki 1970 non ; Bourbaki 1985/4?(134Ex) (Bourbaki 1985: 39) *comme* ; Grifone 1990 non ; Harpe 2004 non ; Ronga 2004 non
un simple problème: Bell 1939 (135Ex) (Bell 1939: 37) *un simple problème* ; Bortolotti 1991 non ; Bourbaki 1970 non ; Bourbaki 1985 non ; Grifone 1990 non ; Harpe 2004 non ; Ronga 2004 non
autre problème : Bell 1939 (136Ex) (Bell 1939: 37) *autre problème* ; Bortolotti 1991 non ; Bourbaki 1970 non ; Bourbaki 1985 non ; Grifone 1990 non ; Harpe 2004 non ; Ronga 2004 non
parmi ... citons : Bell 1939 non ; Bortolotti 1991 non ; Bourbaki 1970 ; (137Ex) (Bourbaki 1970 : AI. 1) *parmi ... citons* ; Bourbaki 1985 non ; Grifone 1990 non ; Harpe 2004 non ; Ronga 2004 non

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

emplois). Dans une première analyse il nous semble que *par exemple* a le rôle d'introduire des exemples immédiats qui apportent des classifications nécessaires pour la continuation du raisonnement. Les exemples numérotés répondent au besoin de rigueur et au besoin de multiplier les schémas cognitifs, de les reprendre plusieurs fois pour les exercer et pour les rendre plus accessibles. Une des raisons pour laquelle les occurrences de *Exemple* et *Exemples* sont moins fréquentes est leur impossibilité de multiplication ordonnée des cas. Souvent, *exemples* est associé avec *exemple + nombre*. Les marques de fréquence basse sont plutôt des choix contextuels propres aux auteurs.

Selon les auteurs, la répartition des marques d'exemplification est assez uniforme[7].

[7] *Exemple* : Bell 1939 – 0 exemplifications ; Bortolotti 1991 – 7 exemplifications ; Bourbaki 1970 (40 pages) – 1 exemplification ; Bourbaki 1985 – 0 exemplifications ; Grifone 1990 (51 pages) – 1 exemplification ; Harpe 2004 (30 pages) – 6 exemplifications ; Ronga 2004 (44 pages) – 4 exemplifications ;
exemples : Bell 1939 – 0 exemplifications; Bortolotti 1991 – 0 exemplifications ; Bourbaki 1970 (40 pages) – 2 exemplifications ; Bourbaki 1985 – 0 exemplifications ; Grifone 1990 (51 pages) – 1 exemplification ; Harpe 2004 (30 pages) – 5 exemplifications ; Ronga 2004 (44 pages) – 4 exemplifications ;
exemple + nombre : Bell 1939 – 0 exemplifications ; Bortolotti 1991 – 0 exemplifications ; Bourbaki 1970 (40 pages) – 2 exemplifications ; Bourbaki 1985 – 0 exemplifications ; Grifone 1990 (51 pages) – 19 exemplifications ; Harpe 2004 (30 pages) – 16 exemplifications ; Ronga 2004 (44 pages) – 14 exemplifications ;
par exemple : Bell 1939 – 0 exemplifications ; Bortolotti 1991 – 0 exemplifications ; Bourbaki 1970 (40 pages) – 9 exemplifications ; Bourbaki 1985 – 0 exemplifications ; Grifone 1990 (51 pages) – 11 exemplifications ; Harpe 2004 (30 pages) – 13 exemplifications ;Ronga 2004 (44 pages) – 18 exemplifications ;
comme : Bell 1939 – 0 exemplifications ; Bortolotti 1991 – 0 exemplifications ; Bourbaki 1970 (40 pages) – 0 exemplifications ; Bourbaki 1985/4 ? – 1 exemplification ; Grifone 1990 (51 pages) – 0 exemplifications ; Harpe 2004 (30 pages) – 0 exemplifications ; Ronga 2004 (44 pages) – 0 exemplifications ;
un simple problème : Bell 1939 – 1 exemplification ; Bortolotti 1991 – 0 exemplifications ; Bourbaki 1970 (40 pages) – 0 exemplifications ; Bourbaki 1985 – 0 exemplifications ; Grifone 1990 (51 pages) – 0 exemplifications ; Harpe 2004 (30 pages) – 0 exemplifications ; Ronga 2004 (44 pages) – 0 exemplifications ;
autre problème : Bell 1939 – 1 exemplification ; Bortolotti 1991 – 0 exemplifications ; Bourbaki 1970 (40 pages) – 0 exemplifications ; Bourbaki 1985 – 0 exemplifications ; Grifone 1990 (51 pages) – 0 exemplifications ; Harpe 2004 (30 pages) – 0 exemplifications ; Ronga 2004 (44 pages) – 0 exemplifications ;

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

Une comparaison de l'emploi de l'exemplification entre les auteurs est soutenable pour les quatre derniers où la quantité du texte de mon corpus est relativement égale. On constate que l'emploi de l'exemplification est relativement constante d'un auteur à l'autre, sauf qu'il augmente avec le passage des années 1970 vers les années 2000 : Bourbaki 15 emplois ; Grifone 32 emplois ; Harpe 36 emplois ; Ronga 40 emplois. Une explication possible de ce phénomène est la volonté d'ouvrir les mathématiques à un plus large public.

La dissémination des exemplifications dans les textes du corpus est relativement homogène d'une page à l'autre et, surtout d'un texte à l'autre[8].

---

parmi ... citons : Bell 1939 – 0 exemplifications ; Bortolotti 1991 – 0 exemplifications ; Bourbaki 1970 (40 pages) – 1 exemplification ; Bourbaki 1985 – 0 exemplifications ; Grifone 1990 (51 pages) – 0 exemplifications ; Harpe 2004 (30 pages) – 0 exemplifications ; Ronga 2004 (44 pages) – 0 exemplifications

[8] *exemple*: Bell 1939 non ; Bortolotti 1991 (1Ex) - (7Ex) (Bortolotti 1991: 3-6) *exemple* ; Bourbaki 1970 (8Ex) (Bourbaki 1970 : XIII) *exemple* ; Bourbaki 1985 non ; Grifone 1990 (9Ex) (Grifone 1990: 6) l'*exemple* ; Harpe 2004 (10Ex) (Harpe 2004 : 10) *dans cet exemple,* (11Ex) (Harpe 2004 : 12) *Exemple*, (12Ex) (Harpe 2004 : 20) *EXEMPLE*, (13Ex) (Harpe 2004 : 22) *Considérez l'exemple ou*, (14Ex) (Harpe 2004 : 22) *EXEMPLE*, (15Ex) (Harpe 2004 : 30) ***Exemple fondamental*** ; Ronga 2004 (16Ex) (Ronga 2004 : 16) *L'exemple suivant*, (17Ex) (Ronga 2004 : 16) *Un autre exemple d'*, (18Ex) (Ronga 2004 : 19) *Un exemple de*, (19Ex) (Ronga 2004 : 19) *Un exemple plus substantiel*

exemples : Bell 1939 non ; Bortolotti 1991 non ; Bourbaki 1970 (20Ex) (Bourbaki 1970 : AIII. 93) *exemples*, (21Ex) (Bourbaki 1970 : AIII. 99) *exemples* ; Bourbaki 1985 non ; Grifone 1990 (22Ex) Grifone 1990: 10) *exemples* ; Harpe 2004(23Ex) (Harpe 2004 : 7) *EXEMPLES*, (24Ex) (Harpe 2004 : 7-12) *EXEMPLES* (NB titre), (25Ex) (Harpe 2004 : 21) *EXEMPLES*, (26Ex) (Harpe 2004 : 23) *EXEMPLES*, (27Ex) (Harpe 2004 : 30) *EXEMPLES* ; Ronga 2004 (28Ex) Ronga 2004 : 1) *Voici d'autres exemples*, (29Ex) Ronga 2004 : 2) *Quelques exemples d'*, (30Ex) Ronga 2004 : 20) ***5.1 Exemples d'***, (31Ex) Ronga 2004 : 33) ***5.5 Exemples de***

exemple + *nombre* : Bell 1939 non ; Bortolotti 1991 non ; Bourbaki 1970 (32Ex) (Bourbaki 1970 : AI. 1) *Exemple. - 1)*, (33Ex) (Bourbaki 1970 : AI. 1) *2)* ; Bourbaki 1985 non ; Grifone 1990 (34Ex) Grifone 1990 : 7) *exemple 1*, (35Ex) Grifone 1990 : 7) *exemple 2*, (36Ex) Grifone 1990 : 8) *exemple 3*, (37Ex) Grifone 1990 : 8) *exemple 4*, (38Ex) Grifone 1990 : 8) *exemple 5*, (39Ex) Grifone 1990: 11) *exemple 1*, (40Ex) Grifone 1990: 13) *exemple 1*, (41Ex) Grifone 1990: 13) *exemple 2*, (42Ex) Grifone 1990: 14) *exemple 3*, (43Ex) Grifone 1990: 14) *exemple 1*, (44Ex) Grifone 1990: 15) *exemple 2*, (45Ex) Grifone 1990: 17) *exemple 1*, (46Ex) Grifone 1990: 17) *exemple 2*, (47Ex) Grifone 1990: 17) *exemple 3*, (48Ex) Grifone 1990: 18) *exemple 4*, (49Ex) Grifone 1990: 24) *exemple 1*, (50Ex) Grifone 1990: 28) *exemple 1*, (51Ex) Grifone 1990: 28) *exemple 2*, (52Ex) Grifone 1990: 28) *exemple 3* ; Harpe 2004 (53Ex) Harpe 2004 : 7) *EXEMPLE 1*, (54Ex) Harpe 2004 : 8) *EXEMPLE 2*, (55Ex) Harpe 2004 : 8) *EXEMPLE 3*, (56Ex) Harpe 2004 : 8)

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

Pour une analyse systématique et rigoureuse j'utilise une grille qui comprend des informations sur le type de texte où l'exemple apparaît, la position des trois composants de la relation (la partie gauche, la marque et la partie droite), sur leur ponctuation, sur leur comportement syntaxique, sémantique et discursif. Les marques d'exemplification que j'ai choisi pour cette analyse sont : *exemple*, *exemples*, *exemple* + *nombre* et *par exemple*.

EXEMPLE 4, (57Ex) Harpe 2004 : 9) *EXEMPLE 5*, (58Ex) Harpe 2004 : 10) *EXEMPLE 6*, (59Ex) Harpe 2004 : 10) *EXEMPLE 7*, (60Ex) Harpe 2004 : 11) *EXEMPLE 8*, (61Ex) Harpe 2004 : 15) *EXEMPLE 1*, (62Ex) Harpe 2004 : 16) *EXEMPLE 2*, (63Ex) Harpe 2004 : 16) *EXEMPLE 3*, (64Ex) Harpe 2004 : 17) *EXEMPLE 4*, (65Ex) Harpe 2004 : 30) (i), (66Ex) Harpe 2004 : 30) (ii), (67Ex) Harpe 2004 : 30) (iii), (68Ex) Harpe 2004 : 30) (iv) ; Ronga 2004 (69Ex) Ronga 2004 : 1) *(1)*, (70Ex)-(73Ex) Ronga 2004 : 2) *(2)-(5)*, (74Ex) Ronga 2004 : 2) *(1)*, (75Ex)-(79Ex) Ronga 2004 : 3) *(2)-(6)*, (80Ex) Ronga 2004 : 12) ***Exemple 3.5***, (81Ex) Ronga 2004 : 25) ***Exemple 5.5***, (82Ex) Ronga 2004 : 31) ***Exemple 5.12***

par exemple : Bell 1939 non; Bortolotti 1991 non ; Bourbaki 1970 (83Ex) (Bourbaki 1970 : VIII) *par exemple*, (84Ex) (Bourbaki 1970 : IX) *par exemple*, (85Ex) (Bourbaki 1970 : IX) *par exemple*, (86Ex) (Bourbaki 1970 : IX) *par exemple*, (87Ex) (Bourbaki 1970 : XII) *par exemple*, (88Ex) (Bourbaki 1970 : AIII. 210) *par exemple*, (89Ex) (Bourbaki 1970 : AIII. 210) *par exemple*, (90Ex) (Bourbaki 1970 : AIII. 212) *par exemple*, (91Ex) (Bourbaki 1970 : AIII. 214) *par exemple* ; Bourbaki 1985 (?) ou 1984 non; Grifone 1990 (92Ex) Grifone 1990 : 1) *par des exemples*, (93Ex) Grifone 1990 : 3) *par exemple*, (94Ex) Grifone 1990 : 3) *par exemple*, (95Ex) Grifone 1990: 11) *par exemple*, (96Ex) Grifone 1990: 11) *par exemple*, (97Ex) Grifone 1990: 13) *par exemple*, (98Ex) Grifone 1990: 13) *par exemple*, (99Ex) Grifone 1990: 15) *par exemple*, (100Ex) Grifone 1990: 15) *par exemple*, (101Ex) Grifone 1990: 22) *par exemple*, (102Ex) Grifone 1990: 30) *par exemple* ; Harpe 2004 (103Ex) Harpe 2004 : 13) *par exemple*, (104Ex) Harpe 2004 : 13) *par exemple*, (105Ex) Harpe 2004 : 17) *par exemple*, (106Ex) Harpe 2004 : 17) *par exemple*, (107Ex) Harpe 2004 : 18) *par exemple*, (108Ex) Harpe 2004 : 19) *par exemple*¸ (109Ex) Harpe 2004 : 20) *par exemple*, (110Ex) Harpe 2004 : 20) *par exemple*, (111Ex) Harpe 2004 : 20) *Par exemple*, (112Ex) Harpe 2004 : 21) *par exemple*, (113Ex) Harpe 2004 : 27) *par exemple*, (114Ex) Harpe 2004 : 29) *par exemple*, (115Ex) Harpe 2004 : 30) *par exemple* ; Ronga 2004 (116Ex) Ronga 2004 : 1) *par exemple*, (117Ex) Ronga 2004 : 2) *Par exemple*, (118Ex) Ronga 2004 : 3) *Par exemple*¸ (119Ex) Ronga 2004 : 4) *Par exemple*¸ (120Ex) Ronga 2004 : 4) *Par exemple*¸ (121Ex) Ronga 2004 : 5) *par exemple*¸ (122Ex) Ronga 2004 : 7) *Par exemple*, (123Ex) Ronga 2004 : 7) (*par exemple*, (124Ex) Ronga 2004 : 7) *Par exemple*¸ (125Ex) Ronga 2004 : 16) *par exemple*, (126Ex) Ronga 2004 : 18) *Par exemple*, (127Ex) Ronga 2004 : 24) *Par exemple*, (128Ex) Ronga 2004 : 24) *Par exemple*, (129Ex) Ronga 2004 : 31) *Par exemple*, (130Ex) Ronga 2004 : 41) *Par exemple*, (131Ex) Ronga 2004 : 42) *Par exemple*, (132Ex) Ronga 2004 : 44) *Par exemple*, (133Ex) Ronga 2004 : 44) *par exemple* ;

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

2.1. Le type de texte

Ce premier critère, le type de texte, permet l'identification des marques qui sont spécifiques pour le langage mathématique (*exemples*, *exemple* + *nombre*), par rapport aux marques qu'on rencontre, en général, en langue commune (*exemple*, *par exemple*). La fréquence de quatre marques analysées dans les deux types de textes pris en compte dans mon corpus, le texte mathématique proprement-dit (les théorèmes, les propositions, leurs démonstrations, les définitions, les exemples) et le texte méta-mathématique (les notes historiques, les commentaires méta-textuels), est la suivante: *exemple* (19) : 90% (math) et 10% (méta-math) ; *exemples* (12): 100% (math) et 0% (méta-math) ; *exemple* + *nombre* (51) : 100 % (math) et 0% (méta-math) ; *par exemple* (51) : 63% (math) et 37 % (méta-math).

Le tableau illustre ces résultats :

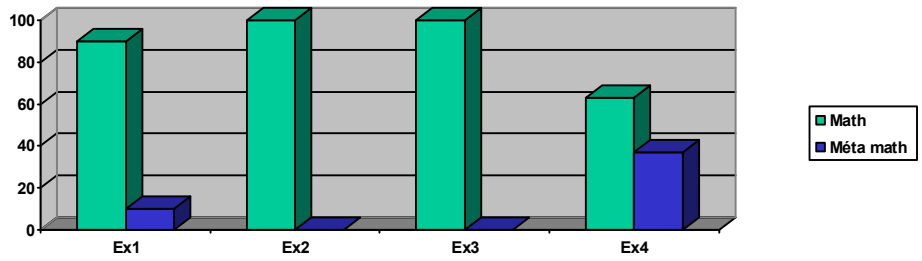


Tableau I

2.2. La place dans l'énoncé

Le critère de la place dans l'énoncé nous permet de distinguer les marques d'exemplification qui ouvrent un énoncé des marques qui se trouvent à l'intérieur d'un énoncé. Les résultats issus du corpus sont: *exemple* (19) : 100% (début), 0 (à l'intérieur de l'énoncé); *exemples* (12): 100% (début), 0 (à l'intérieur de l'énoncé); *exemple* + *nombre* (51) : 100% (début), 0 (à l'intérieur de l'énoncé); *par exemple* (51) : 33% (début) et 67% (à l'intérieur de l'énoncé).

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

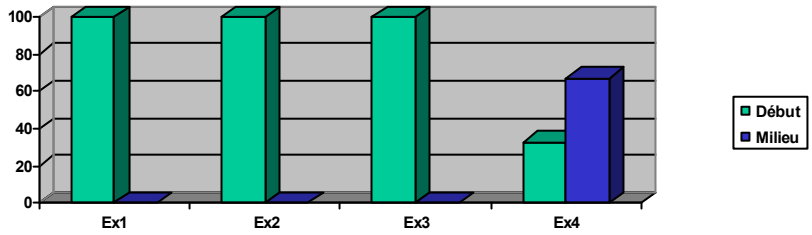


Tableau II

Les marques spécifiques aux exemples mathématiques ouvrent normalement les énoncés, tandis que les autres n'ont pas un comportement régulier par rapport à leur position dans l'énoncé.

2.3. La position relationnelle

J'ai défini la relation d'exemplification – et une relation textuelle en générale – comme une chaîne de trois éléments : l'Exé, la marque et l'Exnt. L'ordre de ces trois éléments peut varier. Pour l'exemple mathématique, j'ai vérifié si les quatre marques analysées respectent le canon de la relation ou pas. Les résultats obtenus sont les suivants : *exemple* (19) : 0 (la marque précède l'Exé et l'Exnt), 100% (la position canonique, entre l'Exé et l'Exnt) ; *exemples* (12): 50% (la marque précède l'Exé et l'Exnt), 50% (la position canonique, entre l'Exé et l'Exnt) ; *exemple* + *nombre* (51) : 0 (la marque précède l'Exé et l'Exnt), 100% (la position canonique, entre l'Exé et l'Exnt) ; *par exemple* (51) : *exemple* + *nombre* (51) : 0 (la marque précède l'Exé et l'Exnt), 100% (la position canonique, entre l'Exé et l'Exnt).

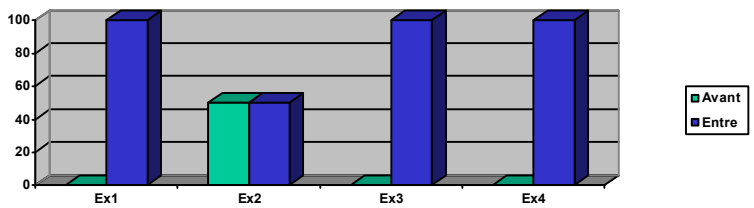


Tableau III

Toutes les marques de l'exemple mathématique ont en général un comportement de vrais connecteurs qui se placent entre les segments reliés.

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

2.4. La ponctuation

Les études récentes de linguistique textuelles accordent une importance spéciale au ponctuant dans le texte – comme en témoignent une série de thèse de doctorat provenant de l'Université de Bâle, sous la direction d'Angela Ferrari. Le comportement des ponctuant ne reste pas sans signification dans le cas des marques d'exemples mathématiques.

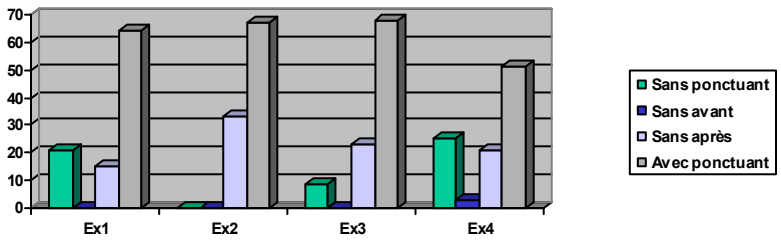


Tableau IV

Ainsi, les quatre marques peuvent être accompagnées d'un ponctuant avant, après ou aussi bien avant qu'après leur occurrence dans le texte. Parfois tout ponctuant manque : *exemple* (19) : 21% (sans ponctuant), 0% (sans ponctuant avant), 15% (sans ponctuant après), 64% (avec double ponctuant); *exemples* (12) : 0% (sans ponctuant), 0% (sans ponctuant avant), 33% (sans ponctuant après), 67% (avec double ponctuant); *exemple + nombre* (51) : 9% (sans ponctuant), 0% (sans ponctuant avant), 23% (sans ponctuant après), 68% (avec double ponctuant); *par exemple* (51) : 25% (sans ponctuant), 3% (sans ponctuant avant), 21% (sans ponctuant après), 51% (avec double ponctuant).

En général, les marques d'exemplification sont mises en évidence par la ponctuation. Si l'on combine les ponctuants, alors, le plus fréquent est le cas de la combinaison entre un point avant la marque et un autre point après la marque d'exemplification.

2.5. Le langage naturel vs le langage artificiel

Le langage mathématique est un langage scientifique qui, au fil son développement historique, a privilégié de plus en plus l'apport d'un langage différent de la langue commune, un langage que certaines études appellent *langage artificiel* (v. Marcus 1970). Un exemple de langage artificiel est

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

l'alphabet grec utilisé d'une manière précise pour certaines notations. La composante artificielle dans le langage mathématique participe de manière active à la construction de l'architecture relationnelle textuelle. Dans le cas de l'exemplification, la présence du langage artificiel dans le corpus est ainsi : *exemple* (19) : 0% (artificiel Exé et Exnt), 0% (artificiel Exé), 52% (artificiel Exnt), 48% (naturel Exé et Exnt) ; *exemples* (12) : 0% (artificiel Exé et Exnt), 0% (artificiel Exé), 58% (artificiel Exnt), 42% (naturel Exé et Exnt) ; *exemple* + *nombre* (51) : 0% (artificiel Exé et Exnt), 0% (artificiel Exé), 76% (artificiel Exnt), 24% (naturel Exé et Exnt) ; *par exemple* (51) : 9% (artificiel Exé et Exnt), 0% (artificiel Exé), 15% (artificiel Exnt), 76% (naturel Exé et Exnt).

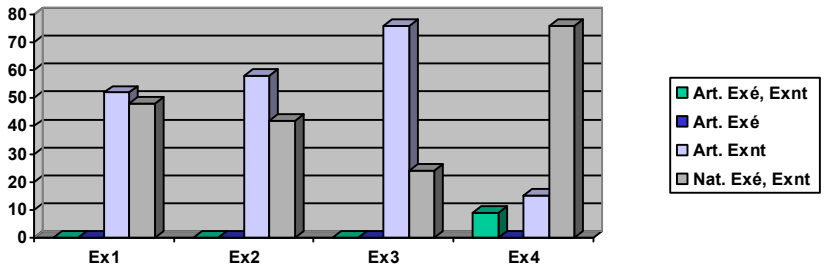


Tableau V

L'exemplification est le plus souvent l'endroit de la « traduction » du langage naturel en langage artificiel et vice versa. L'exemple mathématique n'a pas une marque artificielle spéciale, mais pourtant la marque numérique mélange dans son corps le langage naturel et le langage artificiel.

2.6. Le fonctionnement micro et macro textuel

Pour étudier la portée de la marque d'exemple mathématique je reprends la distinction entre *intra phrastique ou syntaxe interne* et *au-delà de la phrase ou syntaxe externe*. Il s'agit d'une distinction contestée par les partisans de la linguistique intégrale (cf. Eugeniu Coseriu), mais acceptée par les partisans de la linguistique textuelle (cf. Emilio Manzotti). La distinction est utile pour mon étude, car elle permet de saisir l'étendue textuelle de l'exemplification. Le comportement des marques de l'exemple est donné par les chiffres qui suivent : *exemple* (19) : 74% (micro), 26%

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

(macro) ; *exemples* (12) : 50% (micro), 50% (macro) ; *exemple + nombre* (51) : 0% (micro), 100% (macro) ; *par exemple* (51) : 100% (micro) et 0% (macro).

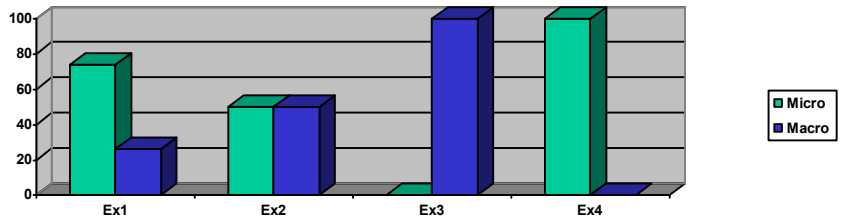


Tableau VI

Au niveau du fonctionnement textuel phrastique, on remarque la spécialisation de la marque *exemple + nombre* pour le niveau textuel et celle de la marque *par exemple* pour le niveau phrastique.

3. Les introducteurs de l'exemple mathématique – une étude qualitative

Je passe en revue, tour à tour, les types de marqueurs d'exemplification qui apparaissent dans chaque texte du corpus. Je regroupe les relations par les marques d'exemplification repérées dans le corpus, dans l'ordre suivant : *exemple, exemples, exemple + nombre, par exemple* et les autres marques moins fréquentes.

3.1. Exemple

Exemple est une marque de fréquence moyenne. Cette marque apparaît au début de l'énoncé et elle est souvent séparée par des ponctuants (:, .) du reste de la phrase. Ce fait s'associe à un rôle réduit de la marque dans la microstructure textuelle (la marque est isolée dans le texte du point de vue syntaxique) et à un rôle important de la marque dans la macrostructure textuelle. La marque assure le passage du langage naturel au langage artificiel. Le plus souvent ce passage relie le théorème à une de ses applications ou une propriété à son illustration. Il est intéressant de noter que le passage du langage naturel au langage artificiel est accompagné du passage du plus abstrait vers le moins abstrait, fait qui est contre-intuitif.

Je constate une relative uniformité quantitative de la répartition de cette marque d'un auteur à l'autre. Autrement dit, on enregistre environ 5

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

apparitions de cette marque pour chaque auteur. Par contre, ce qui fait la différence entre les auteurs est l'utilisation déterminée ou pas du nom *exemple*. Tandis que Bortolotti n'ajoute pas d'article auprès du nom *exemple*, Grifone use d'un emploi déterminé défini et Ronga d'un emploi déterminé indéfini. Harpe préfère la détermination de type adjectival. Ce qui frappe est la constance de chaque auteur dans l'utilisation d'un certain type de détermination. Cela dépend de la relation syntaxique qui lie l'exemple au reste du texte (cf. les exemples ci-dessous (6) et (7)). Le type d'exemplification est le même, mais le degré d'intégration de la marque d'exemplification dans la phrase varie d'un cas à l'autre.

Le plus souvent l'exemple apparaît dans des énoncés assertifs. Mais si l'exemple apparaît avant la définition qu'il illustre, l'énoncé est impératif :

(6)

Attention : $\alpha^{-1}(y)$ n'est en général pas un point de X ! Considérez l'exemple où $\alpha : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ est l'application donnée par $\alpha(t) = t^2$; alors $\alpha^{-1}(-1)$ est l'ensemble vide, noté $\varnothing$, alors que $\alpha^{-1}(1) = \{-1, 1\}$ est un sous-ensemble à deux points de $\mathbb{R}$.

La marque en soi n'a pas de rôle au niveau macro textuel – elle ne relie pas des grandes parties du texte. Mais l'exemplification joue un important rôle discursif. L'Exé et l'Exnt ont, ensemble, des dimensions significatives, environ une demi-page. Plus précisément, il ne s'agit pas d'un rôle syntaxique, mais d'un rôle pragmatico-sémantique. La marque *exemple* apparaît parfois dans des constructions impératives qui rendent plus visible l'action d'exemplification : α : X → Y, α(x)=y; α-1 : Y → X, α-1(y)=x.

Au niveau du raisonnement logique, *considérer l'exemple* est une marque polyphonique qui introduit la mineure dans un syllogisme de type abductif :

Majeure (certaine): α est une fonction
mineure (probable) (Exnt): α-1 parfois non fonction
Conclusion (probable) (Ext): α-1 probablement fonction

L'inverse d'une fonction n'est pas toujours une fonction. L'exemplification a une valeur démonstrative, pas seulement illustrative.

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

(7)

Equations intégrales de Volterra

D'abord on va étendre un peu les possibilités d'applications du théorème **4.1**.

Proposition 4.4 *Soit X un espace métrique complet et $T : X \to X$ une transformation telle qu'il existe un entier positif N tel que la N-ième itérée T^N de T soit contractante. Alors T admet un et un seul point fixe ω, et $\forall x \in X$, $\lim_{n\to\infty}(T^n(x)) = \omega$.*

Preuve: On peut appliquer **4.1** à T^N, et donc T^N possède un unique point fixe ω, et $\lim_{n\to\infty} T^{n\cdot N}(x) = \omega$, $\forall x \in X$. Mais alors:

$$T^N(T(\omega)) = T^{N+1}(\omega) = T(T^N(\omega)) = T(\omega)$$

et on voit $T(\omega)$ est aussi point fixe de T^N, donc $T(\omega) = \omega$. Ce point fixe de T est unique, car tout point fixe de T est aussi point fixe de T^N. Il reste à voir que $\omega = \lim_{n\to\infty} T^n(x)$, $\forall x \in X$. Soit donc $x \in X$; on sait que $\lim_{k\to\infty} T^{k\cdot N}(T^\ell(x)) = \omega$, $\ell = 0, \ldots, N-1$ et donc

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists K_\varepsilon^\ell,\ \ell = 0 \ldots, N-1 \text{ tels que } k \geq K_\varepsilon^\ell \Rightarrow d(T^{k\cdot N}(T^\ell(x)), \omega) < \varepsilon \quad ;$$

posons $K_\varepsilon = \sup\{K_\varepsilon^0, \ldots, K_\varepsilon^{N-1}\}$. Alors, si $n > N \cdot K_\varepsilon$, par division euclidienne n peut s'écrire de façon unique sous la forme :

$$n = k \cdot N + r \quad ; \quad \text{avec } 0 \leq r \leq N-1$$

et $n \geq N \cdot K_\varepsilon \Rightarrow k \cdot N + r \geq N \cdot K_\varepsilon \Rightarrow k \geq K_\varepsilon - r/N \Rightarrow k \geq K_\varepsilon$, puisque k est entier et $r/N < 1$, et donc

$$d(T^n(x), \omega) = d(T^{k\cdot N}(T^r(x)), \omega) < \varepsilon \quad .$$

q.e.d.

Un exemple de transformation non contractante, dont un itéré est une application contractante : on prend l'application linéaire $A : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ de matrice $\begin{pmatrix} 0 & 100 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. A n'est visiblement pas contractante, puisqu'elle envoit le 2-ème vecteur de base sur un vecteur de longueur 100, mais $A^2 = 0$ est tout ce qu'il y a de plus contractant.

(18Ex)

3.2. Exemples

La deuxième marque de l'exemplification que j'analyse, *exemples*, a une fréquence similaire à la première, *exemple*. Cette marque apparaît rarement sans aucun autre déterminant. Elle introduit toute seule un exemplifiant ou, souvent, elle est une prémarque, une anticipation de la marque numérique de l'exemple.

(8)

Intersections et réunions de sous-ensembles

Soient A, B deux sous-ensembles d'un ensemble X.

Réunion : $A \cup B = \{x \in X \mid x \in A \quad \text{ou} \quad x \in B\}$.

Intersection : $A \cap B = \{x \in X \mid x \in A \quad \text{et} \quad x \in B\}$.

EXEMPLES. Pour un entier $d \geq 0$, désignons par $d\mathbb{Z}$ le sous-ensemble des entiers rationnels qui sont des multiples entiers de d. Alors

$2\mathbb{Z} \cap 5\mathbb{Z} = 10\mathbb{Z}$

$2\mathbb{Z} \cup 5\mathbb{Z} = \{\ldots, -10, -8, -6, -5, -4, -2, 0, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18, \ldots\}$.

EXERCICE. Vérifier que $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ et $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

(25Ex)

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

Comme *exemple*, la marque *exemples* se trouve au début de l'énoncé, et occupe une position standard - à savoir la position centrale à l'intérieur de la relation – partie gauche Exé, marque, partie droite Exnt. La marque *exemples* introduit des cas particuliers Exnt (*2**Z*** ∩ *5**Z*** ; *2**Z*** *U* *5**Z***) de la *Réunion* et de l'*Intersection* (Exé).

La marque *exemples*, si elle n'est pas suivie par la préposition *de*, parfois, se combine avec la marque numérique – un nombre précède chaque élément d'une chaîne d'Exnts. Dans ce cas, il est difficile d'établir si l'on a une relation complexe avec plusieurs Exnt et une marque discontinue – *exemple [...] 1)* – ou si l'on a plusieurs exemplifications ayant le même Exé et le nombre constitue en soi une marque de la relation d'exemplification (21Ex, 22Ex, 26Ex, 27Ex)

(9)

PROPOSITION 12. — *Pour toute matrice carrée inversible X de type (n, n), l'inverse de X est donnée par la formule*

$$X^{-1} = (\det X)^{-1}.{}^tY \tag{27}$$

où Y est la matrice des cofacteurs de X.

En considérant la *transposée* de X et en utilisant la prop. 8 de III, p. 95, on obtiendrait les développements de Laplace relatifs à deux ensembles complémentaires de lignes, et en particulier, le développement de $\det X$ suivant une ligne; on a ainsi des formules équivalant à

$$X.{}^tY = (\det X)I_n, \tag{28}$$

avec les notations précédentes.

On vérifie aisément que si X est la matrice d'un endomorphisme u d'un A-module libre M de dimension n par rapport à une base $(e_i)_{1 \leqslant i \leqslant n}$, ${}^tY$ est la matrice de l'endomorphisme $\check{u}$ de M défini par la condition suivante: quels que soient les n éléments $x, y_2, \ldots, y_n$ de M, on a

$$\check{u}(x) \wedge y_2 \wedge \cdots \wedge y_n = x \wedge u(y_2) \wedge \cdots \wedge u(y_n).$$

On dit que $\check{u}$ est le *cotransposé* de u (cf. III, p. 169, corollaire).

Exemples. — 1) *Déterminant de Vandermonde.* Etant donnée une suite $(\zeta_i)_{1 \leqslant i \leqslant n}$ de n éléments de A, on appelle *déterminant de Vandermonde* de cette suite le déterminant

$$V(\zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_n) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 \\ \zeta_1 & \zeta_2 & \ldots & \zeta_n \\ \zeta_1^2 & \zeta_2^2 & \ldots & \zeta_n^2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \zeta_1^{n-1} & \zeta_2^{n-1} & \ldots & \zeta_n^{n-1} \end{vmatrix}$$

Nous allons montrer que l'on a

$$V(\zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_n) = \prod_{i<j} (\zeta_j - \zeta_i). \tag{29}$$

(21Ex)

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

(10)

Proposition (I.9'.)

F est un sous-espace vectoriel de E si et seulement si :

1. $F \neq \emptyset$.
2. $x, y \in F\ ;\ \lambda, \mu \in K \implies \lambda x + \mu y \in F$.

REMARQUE. — Comme on l'a vu au cours de la démonstration, **si F est un sous-espace vectoriel, alors F contient nécessairement le vecteur nul.**

Exemples fondamentaux de sous-espaces vectoriels

1) **Droite vectorielle.**

(22Ex)

Il y a des cas ou la présence de la préposition *de* n'empêche pas la combinaison avec la marque numérique.

(11)

Définition 1.1 (Espace métrique) Un espace métrique (X, d) est un ensemble X muni d'une application $d : X \times X \to \mathbb{R}$, appelée distance ou métrique, qui satisfait les propriétés suivantes:

(1) $\forall x, y \in X \quad d(x, y) \geq 0$, et $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$

(2) $d(x, y) = d(y, x)$ (symétrie).

(3) $\forall x, y, z \in X \quad d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$ (inégalité du triangle).

L'exemple par excellence est bien sûr $\mathbb{R}^n$ muni de la distance euclidienne. Voici d'autres exemples :

(28Ex)

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

(12)

Définition 1.2 (Espace vectoriel normé) Un espace vectoriel normé $(E, \| \ \|)$ est un espace vectoriel E sur le corps $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ muni d'une application $\| \ \| : E \to \mathbb{R}$ qui vérifie:

(1) $\forall x \in E$, $\|x\| \geq 0$, et $\|x\| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

(2) $\forall \lambda \in \mathbb{K}$, $x \in E$, $\|\lambda \cdot x\| = |\lambda| \cdot \|x\|$, où $|\lambda|$ désigne respectivement la valeur absolue si $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou le module si $\mathbb{K} = \mathbb{C}$.

(3) $\forall x, y \in E$, $|x + y| < \|x\| + \|y\|$ (inégalité du triangle.)

Si $(E, \| \ \|)$ est un espace vectoriel normé, on définit la distance associée à une norme par:

$$d_{\| \ \|}(x, y) = |x - y|$$

On vérifie sans peine que les propriétés (1) à (3) de la définition de distance sont satisfaites. Par exemple, la symétrie se montre ainsi:

$$d_{\| \ \|}(x, y) = \|x - y\| = \|(-1)(y - x)\| = |-1| \, \|y - x\| = |y - x\| = d_{\| \ \|}(y, x) \quad .$$

Quelques exemples d'espaces vectoriels normés:

(1) Dans $\mathbb{R}^n$ on peut définir plusieurs normes:

- La norme euclidienne : $|x\| = \sqrt{\sum_{i=1,\ldots,n} x_i^2}$, que l'on note aussi $|x\|_2$.
- $\|x\|_\infty = \sup \{|x_i| \, , \, i = 1, \ldots, n\}$
- $\|x\|_1 = \sum_{i=1,\ldots,n} |x_i| \, .$

(29Ex)

Dans ce cas, une autre interprétation du nombre est possible : celui-ci est une sorte d'Exnt d'une hyper ou macro-exemplification et une marque de la hypo ou micro-exemplification enchâssée dans la première.

La marque *exemples* a plus souvent des déterminants reliés par la préposition *de*, par rapport à la marque *exemple* qui se limite souvent à l'article. Ce fait assure à la première plus d'indépendance au niveau micro textuel, le niveau de l'énoncé. Par contre, *exemples* acquiert un rôle plus important au niveau macro discursif, dans l'organisation de fragments plus amples de texte. Une preuve dans ce sens est la longueur de l'Exnt qui couvre parfois des pages entières (21Ex, 23Ex, 24Ex).

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

(13)

CHAPITRE I

Introduction

1. Exemples de systèmes linéaires.

Le programme du semestre d'hiver est centré sur les équations linéaires et les applications linéaires, avec un double objectif de *calcul* et de *compréhension géométrique*.

Un *système linéaire à m équations et n inconnues*, où m et n sont des entiers positifs, consiste en des équations de la forme

$$(*)\qquad \begin{array}{l} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + \cdots + a_{1,n}x_n = b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 + \cdots + a_{2,n}x_n = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m,1}x_1 + a_{m,2}x_2 + \cdots + a_{m,n}x_n = b_m \end{array}$$

où les $a_{i,j}$ $(1 \leq i \leq m,\ 1 \leq j \leq n)$ et les b_k $(1 \leq k \leq m)$ sont des nombres donnés (pour l'instant des nombres réels[1]).

Résoudre le système $(*)$, c'est trouver *tous* les n-uples de nombres réels qui donnent lieu à des égalités dans $(*)$ lorsqu'on les substitue aux «inconnues» $x_1, \ldots, x_n$.

EXEMPLE 1. Le système à 2 équations et 2 inconnues

(23Ex)

Le fait que *exemples* est au pluriel est peut-être une propriété qui lui assure le fonctionnement sur un niveau plus élevé dans la construction textuelle. C'est peut-être cette même propriété qui fait que l'Exé et l'Exnt ont souvent le même matériel, le langage naturel.

(14)

5 Construction de fractals par la méthode des IFS (Iterated Function Systems)

Les objets fractals ont étés étudiés pour la première fois de façon systématique en 1975 par Benoit Mandelbrot [5]. Ce sont des sous-ensembles du plan, de l'espace ou plus généralement de $\mathbb{R}^n$ qui ont comme propriété caractéristique d'être d'un aspect compliqué, alors qu'ils sont définis par des règles très simples.

Il n'existe pas de définition précise de la notion de fractal; deux approches sont possibles, l'une disant qu'un objet fractal est un sous-ensemble de $\mathbb{R}^n$ de dimension de Hausdorff non entière (mais tous les exemples usuels sont de dimension un nombre qui n'est pas non plus une fraction), l'autre disant qu'un fractal est réunion de sous-ensembles qui sont des fractions de lui-même.

Ces deux points de vue sont d'ailleurs liés, et c'est ce qui nous permettra de calculer la dimension (au sens de Hausdorff) de ces fractals. Cette dimension est une extension de la notion que nous connaissons intuitivement; elle tient compte du degré de complexité du fractal en tant que sous-ensemble de $\mathbb{R}^n$.

L'approche que nous allons présenter pour définir et construire les fractals est basée sur le théorème du point fixe (théorème **4.1**). Elle a été introduite par M.F. Barnsley et A.D. Sloan [1], qui l'ont utilisée pour développer une méthode de compression d'images.

5.1 Exemples d'objets fractals

L'intervalle

Le tout premier exemple nous est fourni par l'intervalle $[0,1]$: il est réunion des 2 intervalles $[0, 1/2]$ et $[1/2, 1]$. Si $w_1(x) = 1/2x$ et $w_2(x) = 1/2(x-1)+1$ sont les homothéties de rapport $1/2$ et centre respectivement 0 et 1, on peut dire que

$$[0,1] = w_1([0,1]) \cup w_2([0,1]) \quad ;$$

c'est dire que $[0,1]$ est réunion de deux "moitiés" de lui-même.

(30Ex)

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

Une interprétation naturelle de l'exemple (14) est : « l'intervalle est un exemple d'objets fractals ». Cette interprétation nous montre que l'Exé (*objets fractals*) et l'Exnt (*L'intervalle*) n'occupent pas la partie gauche et, respectivement, la partie droite de la marque de relation (*Exemples d'*). Il nous semble que cette réorganisation interne de la relation d'exemplification est le résultat de l'utilisation de la préposition *de*. Au lieu d'une construction syntaxique avec trois énoncés nominaux (« Objets fractals. Exemples. L'intervalle ») coordonnés et dont l'ordre est : « Objets fractals », « Exemples », « L'intervalle », l'introduction de la préposition *de* réunit deux des trois énoncés nominaux dans une seule construction, mais surtout, elle change l'ordre des trois constituants ainsi : « Exemples », « Objets fractals », « L'intervalle ».

3.3. Exemple + nombre

La troisième marque que j'étudie en tant que marque d'exemplification est *exemple + nombre*. Cette marque se place parmi les marques les plus fréquentes dans le langage des mathématiques, à côté de *par exemple*. Mais si j'ajoute à cette première remarque le fait que, souvent, *par exemple* apparaît dans le langage méta-mathématique, alors on arrive rapidement à la conclusion que la marque numérique – si l'on prend pour facteur déterminant la fréquence – est la marque la plus spécifique pour les mathématiques. En regardant sa répartition dans le corpus, on peut ajouter pour les mathématiques modernes, car cette marque est plus fréquemment utilisée par les auteurs de nos jours.

La marque numérique d'exemplification est une marque qui occupe toujours la position standard dans la relation, entre l'Exé et l'Exnt. C'est une propriété qui la rend préférable pour les mathématiques. Elle est d'habitude séparée par des signes de ponctuation du reste de la phrase, fait qui lui diminue le rôle micro-discursif, mais lui augmente le rôle macro-discursif.

La marque numérique n'a jamais de déterminants, qu'ils soient de type article ou adjectif. C'est un indice de sa précision et de son fonctionnement réduit à celui de marque relationnelle.

L'Exé précédant cette marque est une définition, une méthode, une proposition ou un théorème que l'Exnt illustre ou argumente. L'Exé est le plus souvent réductible au nom d'un concept mathématique et, par conséquent, exprimable en langage mathématique naturel. Par contre, l'Exnt

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

est une sorte de décomposition de ce concept mathématique qui n'est pas exprimable en langage naturel.

Les exemplifications numériques sont une exemplification complexe ; elles forment souvent des séries arrivant jusqu'à 8 éléments successifs (v. Harpe) ayant le même Exé.

3.4. Par exemple

Par exemple, *donc* et *parce que* sont considérés comme des connecteurs spécificateurs de relations. Ils *« ont comme point commun de souligner une relation de cohérence constructible indépendamment de leur présence, raison pour laquelle je les appelle connecteurs spécificateurs. Le terme de "spécificateur " permet de caractériser leur aptitude à signaler une relation constructible dans ses grands traits sans eux, mais particularisée par eux. »* (Rossari 2000 : 42). Les connecteurs spécificateurs de relation s'opposent aux connecteurs *producteurs de relations*. Ces derniers imposent *« une relation qui ne repose sur aucune des quatre primitives cognitives à l'origine de leur [Sanders, Spooren et Nordmann 1992] typologie. »* (Rossari 2000 : 83).

Selon Rossari (2000) la relation d'exemplification, indépendamment de l'emploi d'un marqueur, se construit sur un rapport de particularisation/ généralisation, qui se réalise de différentes manières : par un mouvement qui va de l'abstrait au concret, d'une pluralité à une singularité, d'une possibilité à une réalisation effective ou, encore, et la liste n'est pas close, d'une indication non spécifique à une illustration. Mais, à notre avis, les rapports mentionnés ci-dessus ne sont pas suffisants pour identifier le type de particularisation, à savoir, l'exemplification, sans l'utilisation de la marque relationnelle.

Exemplifier c'est passer – conceptuellement et dans la linéarité du texte – d'un ensemble exemplifié d'entités désignées de manière complexe à une ou plusieurs entités choisies dans cet ensemble et indiquer que l'on extrait un élément d'un ensemble. Le paradigme de l'Exé constitue des alternatives substantiellement interchangeables avec l'entité sélectionnée (l'Exnt). Le but « perlocutoire » du segment ayant la fonction d'exemplification est de faciliter la tâche du destinataire.

Rossari (2000) propose une formule explicative du fonctionnement de *par exemple* : *«Format des opérations de mise à jour pour par exemple : Dans une forme X PE Y, soit p la proposition sous-jacente à X et q la proposition*

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

sous-jacente à Y (1) la proposition q mise à jour à partir de Y pose l'existence d'un p et présuppose l'existence d'un ensemble Q contenant p tel que (2) l'existence de Q peut servir de preuve à la mise à jour avec p à partir de X (3) le choix de p ne doit pas empêcher le choix d'un p' alternatif contenu dans Q, si ce p' peut intervenir au service du même type de preuve. » (Rossari 2000 : 70).

Ces deux mécanismes de preuve par inférence scalaire permettent de bloquer trois types d'emplois de *par exemple* : (1) *par exemple* ne peut introduire une spécification, à la différence de certains reformulatifs (2) il est impossible de prouver avec l'un ou l'autre de ces mécanismes qu'une propriété est partagée par une petite quantité d'individus (3) il est impossible de prouver qu'une propriété est partagée par un nombre exact d'individus.

Rossari (2000) dégage deux types d'emplois pour *par exemple*. Le premier est un emploi d'adverbe de phrase avec ellipse syntaxique possible et correspond à deux mécanismes de preuve : la preuve par inclusion totale des ensembles et la preuve par scalarité. *« Dans le premier cas, PE impose des contraintes sur le quantificateur de l'ensemble posé dans l'assertion et sur la non catégorisation de l'item pris comme exemple en tant qu'entité appartenant à un sous-ensemble particulier. Dans le second cas, il impose des contraintes sur le choix de l'entité sélectionnée : il doit s'agir d'une entité appartenant à un sous-ensemble d'entités qui possèdent une propriété les rendant normalement inaptes à avoir la propriété de l'ensemble posé dans X »* (Rossari 2000 : 78). L'autre emploi est un emploi d'adverbe de phrase sans ellipse syntaxique. *« Le mécanisme en jeu est un mécanisme de preuve partielle. Il correspond au schéma existentiel traditionnel : PE introduit une instanciation particulière d'un type sous-spécifié de propriété. La mention de l'instanciation particulière prouve l'existence du type. »* (Rossari 2000 : 79).

Du point de vue syntaxique *par exemple* elliptique se combine avec un syntagme nominal, avec un prédicat ou avec une autre construction. En revanche, *par exemple* non elliptique préfère le parallélisme entre l'Exé et l'Exnt.

Sémantiquement, l'élément *p* que *par exemple* introduit systématiquement une proposition. *« La configuration sémantique de PE X est homogène. Elle est caractérisable par trois propriétés qui constituent l'apport du connecteur à la relation de discours (1) On doit reconstruire une proposition (2) Cette proposition fait partie d'un ensemble (3) L'ensemble*

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

dont fait partie la proposition ou la proposition même sert un mécanisme de preuve. » (Rossari 2000 : 82).

*

À côté de *exemple* + *nombre*, *par exemple* est une des marques d'exemplification les plus fréquentes dans le langage des mathématiques. Si l'exemplification numérique fonctionne généralement au niveau macro discursif, *par exemple* fonctionne souvent au niveau micro-discursif étant un élément de cohésion immédiate. Ce qui approche *par exemple* d'exemple + *nombre* au niveau de leur position dans le texte est le fait que toutes les deux marques occupent la deuxième position à l'intérieur de la relation. En revanche, elles se différencient par leur position à l'intérieur de l'énoncé. Tandis qu'exemple + *nombre* est placé au début de l'énoncé, *par exemple,* dans la majorité des emplois, est situé au milieu de l'énoncé. Il nous semble que cette position est reliée au fait que *par exemple* joue plutôt un rôle micro textuel et non pas un rôle macro-textuel.

Le fonctionnement local de *par exemple* est soutenu aussi par le manque de signes de ponctuation qui apparaissent à proximité. Ainsi, parmi 51 exemplifications avec *par exemple*, 25 ne sont par isolées à droite (11), à gauche (2) ou des deux côtés (12). En plus, aussi bien l'Exé que l'Exnt sont des petits segments de texte, quelques lignes, voire quelques mots.

L'exemplification affecte, en tant que Exé, le plus souvent, un SN (syntagme nominal) qui est soit OD, soit sujet S. Parfois, ce syntagme nominal n'est pas intégré syntaxiquement, étant soit un titre, soit un sous-titre. La partie la plus importante de l'Exé est, dans quelques cas, un verbe.

L'Exnt est très varié du point de vue morphosyntaxique. La fonction syntaxique d'apposition (Appos) – identifiée par E. Manzotti comme prototypique, définitoire pour l'exemplification occupe une place importante, mais elle n'est pas majoritaire dans le cas du langage mathématique, en général et du *par exemple*, en particulier. Ce fait est peut-être le résultat de la présence du langage artificiel pour lequel il est difficile de trouver une fonction syntaxique.

La sémantique des parties gauche et droite varie plus ou moins, entre le pluriel et le singulier, le non déterminé et le déterminé, la classe et son représentant ou encore un élément et son remplaçant.

Il nous reste à analyser en détail chacune de ces situations pour établir quelle est la contribution définitoire de *par exemple* dans le texte et quelles

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

sont les propriétés de la relation d'exemplification déterminées par d'autres facteurs contextuels.

3.5. Autres exemplifications : comme, problème, parmi... citons

Il est très rare que l'exemplification soit introduite par une marque qui ne contient pas le mot *exemple* (v. *Annexe – autres marques*). Ceci arrive dans les textes plus vieux et dans des passages qui sont méta mathématiques.

3.6. Quelques aspects linguistiques de l'exemplification

L'analyse de l'exemplification est concentrée sur l'exemplification (phrasale) du constituant et sur la sémantique et la pragmatique des connecteurs. Ceci nous permet de faire la distinction entre l'***exemplification*** et d'autres types de relations apparentées : la ***particularisation*** et la ***justification***.

L'exemplification est une relation établie : soit entre des fragments d'un texte (des énonciations), soit entre des constituants d'une phrase.

Les mathématiques utilisent les deux types d'exemplification. Si les exemplifications des énonciations sont plus fréquentes par rapport aux exemplifications des constituants d'une phrase, c'est parce que l'exemplification apparaît pour illustrer des concepts mathématiques très complexes dont la description nécessite un grand espace énonciatif.

En général, en langue commune, le premier énoncé d'une exemplification est une assertion, une question ou un ordre. Dans un texte mathématique, l'ordre n'apparaît jamais. Le deuxième énoncé de l'exemplification peut être, lui aussi, une assertion, une question ou un ordre. Mais les divers types syntaxico-sémantiques ne se combinent pas aléatoirement à l'intérieur d'une même exemplification[9]. L'exemplification, le plus fréquemment, combine les illocutions homologues : assertion et assertion, demande et demande et ainsi de suite.

Les mathématiques préfèrent la combinaison assertion et assertion :

(16) Élément *dans* un ensemble : par exemple 3 < **N** et pi < **R**. (Harpe 2004 : 20).

[9]« Va da sé tuttavia che in tutti questi casi di eterogeneità illocutiva l'esemplificazione vera e propria susiste tra la proposizione asserita dalla principale e la proposizione implicitata assertivamente dalla domanda o dall'ordine esemplificativo. » (Manzotti 1995 : 64).

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

Le choix de l'assertion n'est pas nécessairement relié à l'exemplification, mais plutôt au texte scientifique.

On fait la distinction, dans le cas d'une exemplification d'une assertion, entre l'illustration (***exemplification illustrative***) et l'exemplification proprement dite (***exemplification argumentative***).

L'exemplification est illustrative quand l'exemple est relié au contenu propositionnel de l'assertion (c'est le cas des définitions, donc le cas le plus fréquent pour le langage mathématique). Je prends l'exemple d'Emilio Manzotti (1995) : « Si pensi a formulazioni del tipo di 'Un anello è per definizione un insieme dotato di *ecc.* – Ad esempio, è un anello l'insieme dei *ecc.'*. » (Manzotti 1995 : 65). Pour ce type d'exemplification, le corpus nous offre un nombre important de cas. Par exemple :

(17) **Intersections et réunions de sous-ensembles.** Soient *A*, *B* deux sous-ensembles d'un ensemble *X*. [...] Intersection : $A \wedge B = \{x < X / x<A \text{ et } x<B\}$. EXEMPLES. Pour un entier $d > -0$, désignons par $d\mathbb{Z}$ le sous-ensemble des entiers rationnels qui sont des multiples entiers de *d*. Alors $2\mathbb{Z} \wedge 5\mathbb{Z} = 10\mathbb{Z}$ (Harpe 2004 : 21).

Dans ce cas la définition de l'intersection, pour deux ensembles A et B est illustrée par le cas de l'intersection des ensembles 2Z et 5Z.

L'exemplification est argumentative quand l'exemple est relié à l'assertion de l'exemplifié, se constituant comme une sorte de justification. Les exemples mathématiques de ce genre sont difficiles à trouver. Ils sont apparemment absents dans notre corpus.

L'exemplification à l'intérieur de la phrase est soit un rapport appositif, l'apposition suivant n'importe quel constituant[10] : sujet, objet, circonstant, soit un rapport de coordination ou de subordination.

(18) Pour désigner une paire d'éléments, on écrit par exemple (0, 1) < **R2**, et il faut noter que (0, 1) =/ (1, 0). (Harpe 2004 : 21).

Dans cet exemple l'Exnt (0, 1) < **R2** a la fonction syntaxique d'objet direct.

[10] « La relazione di esemplificazione (segnalata da *ad esempio*), se ne potrebbe concludere, non sussiste tra entità, non è cioè una relazione elemento-insieme, ma piuttosto una relazione tra stati di cose – proposizioni – o più esattamente ancora tra enunciazioni, vale a dire tra azioni linguistiche. » (Manzotti 1995 : 66).

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

Le marqueur de l'exemplification du constituant (*par exemple*) occupe différentes positions par rapport au constituant qui est l'exemple.

3.7. Le marqueur de l'exemplification est-il obligatoire?

Un problème important reste de savoir si la présence d'un marqueur exemplificatif (*par exemple*) est nécessaire, si son apport sémantique est décisif pour la construction de l'exemplification ou si son absence peut être comblée par le contexte.

On fait la distinction, avec Emilio Manzotti, entre l'***action d'exemplification*** et la ***relation d'exemplification***. La question qui se pose est s'il existe une action d'exemplification sans le marqueur spécifique.

De prime abord, on constate que, si deux segments se succèdent, le premier ayant un caractère plus général et le second étant plus spécifique, alors le marqueur d'exemplification n'est pas nécessaire (par exemple, « Offre-lui des fleurs, des roses. »). Mais *« une action linguistique doit nécessairement être signalée dans les cas où l'absence du marqueur, au lieu d'être neutre, dirige plutôt vers une autre action. »*

(Manzotti 1995 : 67).

Dans le cas de l'exemplification (à l'exception du cas mentionné ci-dessus), l'absence du marqueur (lexical ou paralinguistique) implique une lecture différente du texte : il s'agit d'une « spécification », pas d'un exemple (action qui a pour marqueur spécifique *précisément*). Le texte mathématique – conformément à notre corpus – vient à l'appui de cette affirmation : l'exemplification est toujours marquée.

La spécification se distingue de l'exemplification par l'exhaustivité (elle peut choisir tous les éléments d'un ensemble) et la « non potentialité » (elle n'est pas « potentielle » dans sa première partie).

4. Conclusions et perspectives

L'exemplification ou plus simplement l'exemple est en même temps une action et une relation textuelle. Elle peut être étudiée sous divers aspects : textuel, grammatical, argumentatif, littéraire et pratique.

L'exemplification est composée de trois parties, Exé, marqueur et Exnt. L'analyse textuelle nous montre que tous ces trois composants sont obligatoires, en d'autres termes, tous sont exprimés dans le texte mathématique. Les parties gauche et droite de l'exemplification, l'Exnt et

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

l'Exé sont soit un constituant de la phrase (il apparaît à l'intérieur de la phrase) soit une phrase entière, ou encore, un bloc textuel plus développé. Dans le premier cas on parle de l'***exemplification phrastique*** (sa marque de prédilection étant *par exemple*), dans le second on parle de l'***exemplification textuelle*** (sa marque de prédilection étant la marque numérique). Les deux types d'exemplifications sont bien représentés dans le langage mathématique. La réunion de deux ou de plusieurs exemplifications phrastiques ou textuelles simples successives dans le texte mathématique donne naissance à une ***exemplification complexe***. Si les mathématiques utilisent l'exemplification complexe, alors le texte contient plusieurs marqueurs. Normalement le premier marqueur de l'exemplification est un marqueur de type phrastique. Après cette marque phrasale le texte est parsemé par les marques de type *exemple* + *numéro* où le numéro indique la place et la quantité des Exnt-s.

L'Exnt – dans le cas de l'exemplification simple – est, le plus souvent, une apposition qui peut accompagnée tout constituant de la phrase : le sujet, l'objet ou le circonstant. Mais il y a des cas ou l'Exnt occupe lui même la place d'un constituant de la phrase. Cette situation semble être une spécificité du langage mathématique.

L'Exé et l'Exnt sont les actes illocutoires du même type ; pour les mathématiques, l'acte prédominant est l'assertion qui répond au caractère porteur de connaissances du texte scientifique. L'exemplification est une argumentation d'un cas particulier à un autre cas particulier. Mais, dans le cas de mathématiques, le plus souvent, l'Exé est plus abstrait, plus général que l'Exnt. En d'autres termes, il s'agit d'une scalarité de l'accessibilité des deux éléments de la relation, pas nécessairement de leur degré de connaissance.

L'insertion de la perspective rhétorique dans l'étude linguistique textuelle de l'exemple mathématique nous permet d'identifier les mécanismes logiques qui fondent l'exemplification. L'exemplification est illustrative et passive quand l'exemple est relié au contenu propositionnel de l'assertion (c'est le cas des définitions, donc le cas le plus fréquent pour le langage mathématique). L'exemplification est démonstrative et participative, polyphonique, quand l'exemple est relié à l'assertion de l'exemplifié, se constituant comme une sorte de justification. Le processus sous-jacent à l'exemplification illustrative est l'induction, tandis que le processus sous-jacent à l'exemplification démonstrative est l'abduction.

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

Si elle est correctement utilisée, l'exemplification est une 'pause' psychique qui assure un parcours plus facile des textes. Elle est aussi, du point de vue pratique, une sorte de 'multiplication' des raisonnements, car elle reprend le même schéma logique, mais le schéma est couvert d'une autre 'parure'.

SOURCES TEXTUELLES

BELL 1939 = Bell, E. T., 1939, *Les grands mathématiciens*, Payot, Paris.

BORTOLOTTI 1991 = Bortolotti, R.; BERNACHOT, C., 1991, *Mathématiques 9ème*, Genève, Département de l'instruction public.

BOURBAKI 14970 = Bourbaki, N., 1970, *Éléments de mathématique. Algèbre*, Paris: Hermann, pp. vi-xiii, A.I.4-A.I.5, A.III.90-A.III.103, A.III.191-A.III.193, A.III.204-A.III.216.

BOURBAKI 1984 = Bourbaki, Nicolas, 1984, *Eléments d'histoire des mathématiques*, Masson, Paris.

GRIFONE 1990 = Grifone, Joseph, 1990, *Algèbre linéaire*, Toulouse: Cepadues-Éditions, pp. 1-51.

HARPE 2004 = De La Harpe, Pierre, 2004, *Algèbre linéaire*, Genève: Université de Genève, pp. 1-30.

RONGA 2004 = Ronga, Felice, 2004, *Analyse réelle néo-post-élémentaire*, Genève: Université de Genève, pp. 1-44.

BIBLIOGRAPHIE

ANGELONI, Mauro (1999), *L'esemplificazione nei testi scientifici: strategia testuale e segnali linguistici*, Dottorato di ricerca in linguistica, Università degli Studi di Padova.

DANBLON, Emmanuelle (2004), « L'exemple rhétorique : l'usage de la fiction en argumentation », in Amossy, R. et Maingueneau, D., éds, *Actes du Colloque de Cerisy « Apport de l'analyse du discours : un tournant dans les études littéraires ? »*, Toulouse, Presses Universitaires du Mirail, pp.187-198.

DENDALE, Patrick (2007), *Lexicales. Bibliographie en ligne d'études linguistiques portant sur des unités lexicales du français*, Universiteit Antwerpen.

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

DOSTIE, Gaétane (2002), « L'exemplarité de par exemple. Un cas de pragmaticalisation en français québécois », in *Journal of French Language Studies*, 12, 2, pp. 149-167.

INKOVA, Olga; Beaulieu-Masson A. (2002), « *Plutôt que* : de la comparaison à la substitution », *L'Analisi linguistica e letteraria*, anno XI, pp. 563-594.

JACOBI, Daniel (1999), *La communication scientifique: discours, figures, modèles*, Grenoble, PUG.

JEANJAQUET, Jules (1939), « Le problème de Par exemple. Genèse et développement d'un gallicisme » in Sechehaye, Albert e.a. (éds), *Mélanges de linguistique offerts à Charles Bally*, Genève, Librairie de l'université, pp. 439-460.

KLEIBER, Georges (2005), « Comment se 'règle' linguistiquement », in *Cuadernos de Filología Italiana*, 5, pp.99-123.

MANZOTTI, Emilio (1995), « Aspetti linguistici dell'esemplificazione », in *Versus*, 70-71, pp. 49-114.

MANZOTTI, Emilio (1993), « L'esemplificazione. Natura e funzioni di un procedimento di composizione testuale », in V. Bonini e M. Mazzoleni (a c. di), *L'italiano (e altre lingue). Strumenti e modelli di analisi*, Pavia: Iuculano, pp 47-98.

MANZOTTI, Emilio; Zampese, Luciano, (sous presse), *Un avverbio a suo,* Paris, Presses Universitaires de France.

ROSSARI, Corinne et al. (2004), *Autour des connecteurs : réflexions sur l'énonciation et la porte*, Berne, P. Lang.

ROSSARI, Corinne (2003), « Par exemple : une procédure d'exemplification par la preuve », in Combettes, Bernard, Schnedecker, Catherine & Theissen, Anne (éds), *Ordre et distinction dans la langue et le discours. Actes du Colloque international de Metz (18, 19, 20 mars 1999)*, Paris, Champion, pp. 461-478.

RUDOLPH, Elisabeth (1996), *Contrast : adversative and concessive relations and their expressions in English, German, Spanish, Portuguese on sentence and text level*, Berlin ; New York, W. de Gruyter.

SABLAYROLLES, Jean-François & BECIRI, Hélène (2005), « Les marqueurs de gloses d'exemplification comme, tel, par exemple dans un corpus de spécialité et dans les exemples du TLFi », in Steuckardt, Agnès & Niklas-Salminen, Aïno (éds), *Les marqueurs de*

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)

la glose, Aix-en-Provence, Publications de l'Université de Provence, pp. 203-216.
SANDERS, Ted J. (1992), « Toward a Taxonomy of Coherence Relations », *Discourse processes*, 15, pp. 1-35.
SCHIFFRIN, Deborah ; TANNEN, Deborah; Hamilton, Heidi E. (2001), *The Handbook of Discourse Analysis,* Malden, Le Monnier.
VINCENT, Diane (1995), « Remarques sur par exemple en français québécois», *Le français moderne*, 63, 1, pp. 152-174.
VISCONTI, Jacqueline (2000), *I connettivi* condizionali *complessi in italiano e in inglese: uno studio contrastivo*, Alessandria, Edizioni dell'Orso.

BDD-A4040 © 2011 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.142 (2026-11-14 08:51:28 UTC)