LOGIQUE DE LA DÉTERMINATION D'OBJETS (LDO) : UNE LOGIQUE POUR L'ANALYSE DES LANGUES NATURELLES

JEAN-PIERRE DESCLÉS, ANCA PASCU

Abstract. We present a new logical formalism, called Logic of Determination of Objects (LDO). This logic gives a formal approach to the following cognitive elements which do not studied by classical logic: notion of object, operation of determination and notions of typicality and atypicality. These notions are expressed by natural languages, but they are not taken into account by the first order calculus. As for quantification, there is a break between Frege's quantification and the quantification operations expressed by natural language semiotic organizations. LDO formalizes different objects (more or less determinate objects), the operators of determination acting on objects and the typical object canonically associated to a concept, with a theory of typicality (in Rosch's sense) and a quantification theory larger than the ones from classical logic and from linguistics. LDO seems to be a tool better adapted to natural language analysis, to natural language processing (NLP) systems and to ontologies building.

INTRODUCTION

Le rapport entre *cognition, pensée* et *raisonnement* a suscité, à travers les siècles, l'intérêt des philosophes, des mathématiciens et des logiciens. Même si ces notions ont eu une évolution continue depuis l'antiquité, c'est-à-dire depuis l'interrogation réflexive du Poème de Parménide, leurs caractéristiques forment un faisceau tellement compact qu'il n'est pas toujours facile d'établir tous les liens entre leurs composantes et qu'il est difficile de délimiter parfois la cognition, de la pensée et du raisonnement. Traditionnellement, la cognition est plutôt liée aux aspects des représentations mentales, la pensée se ramènerait l'ensemble des systèmes de transformations des représentations et le raisonnement serait l'enchaînement des représentations dans un système cohérent et consistant. Si nous prenons comme paradigme de comparaison l'analogie homme-machine, ou plutôt, machine-homme ces trois notions pourraient se traduire dans le langage de l'informatique par : la saisie des données et une représentation interne, le traitement des données, et, la cohérence interne des algorithmes et représentations. Les langues, en tant que systèmes sémiotiques, ont la capacité d'exprimer ces fonctions cognitives : représentations, changement de représentations, inférences.

RRL, **LII**, *1–2*, p. 55–95, Bucureşti, 2007

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

Une quatrième composante – le *langage* et les *langues naturelles* – vient s'ajouter aux relations entre *cognition, pensée et raisonnement*. Une des questions soulevée actuellement par les sciences cognitives est : « Quels sont les rapports entre cognition, pensée, raisonnement, langage et logique ? ». On peut alors se demander: « Quelle est la place de la logique ou, mieux, des logiques dans cette problématique ? ».

Un bref regard sur l'histoire devrait contribuer à éclairer l'évolution de ces notions vers le sens qui leur est attribué aujourd'hui. Un des premiers logiciens, également un des fondateurs de la pensée occidentale, est sans aucun doute Aristote. Sa théorie des syllogismes est une analyse du raisonnement ; les catégories qu'il a proposées pourraient être comparées à une théorie des types d'aujourd'hui. Aristote a jeté les bases d'un vaste et ambitieux programme logique où la pensée, le raisonnement et le langage restent étroitement liés[1]. Ce programme sera repris par ses successeurs sous des formes différentes, finissant au début du XX^{ème} siècle par *le calcul du premier ordre*, dans sa forme mathématique d'aujourd'hui qui est souvent appelée, sans raison précise, "logique moderne". Le programme d'Aristote revenait à décrire la logique comme un système de formes de pensée susceptibles d'être remplies par des contenus pour modéliser la pensée[2]. Dans les périodes suivantes, son programme a été repris par des moyens différents sous la pression et les exigences plus vives d'une pensée scientifique qui s'affirmait, en particulier à partir de la Renaissance, en rapport avec le développement des mathématiques. Le statut de la logique se dessine par les trois objectifs suivants : (i) évaluer le programme aristotélicien par les sciences expérimentales ; (ii) mathématiser le programme aristotélicien en utilisant les acquis des mathématiques ; (iii) élargir la problématique aristotélicienne à la formalisation d'autres éléments des langues (par exemples prendre en compte les modalités ou les expressions de la temporalité) ou à d'autres schémas d'argumentation qui ne rentrent pas dans la syllogistique aristotélicienne.

Le deuxième objectif, on le retrouve d'abord dans les oeuvres de Leibniz, Boole et Frege. Chez Leibniz (1686a), il se traduit par une intention d'un développement d'un langage symbolique artificiel. Leibniz cherchait une "lingua caracteristica". Il compare pour cela la logique aux mathématiques. Pour lui, la connaissance est de deux types : *connaissance intuitive* et *connaissance*

[1] Il faut cependant remarquer qu'Aristote construit de véritables systèmes métalinguistiques, avec des schémas et des analogues des variables actuelles.

[2] Le logicien et philosophe S. Lesniewski dénonce l'adéquation entre les formalismes de la logique classique de Russel, la théorie des ensembles et l'approche aristotélicienne. Pour Aristote, les raisonnements opèrent constamment avec des contenus et non pas avec des formes vides, comme dans la logique contemporaine. Ainsi, pour Lesniewski, la notion de classe vide n'a aucune signification. C'est pourquoi, il a développé une autre approche de la logique avec la méréologie (voir sur ce point D. Miéville). On remarquera, par exemple, à l'appui de cette thèse que la fameux « carré d'Aristote » ne fonctionne que si l'on suppose qu'il existe bien une entité qui possède une propriété ($(\exists x)\ [f(x)\ ]$ = « vrai ») pour que l'implication entre l'affirmative universelle et sa subalterne ($[(\forall x)\ [f(x) \Rightarrow g(x)\ ]] \Rightarrow [(\exists x)\ [\ f(x) \wedge g(x)\ ]]$) soit valide.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

démonstrative (Leibniz 1686b). Il n'y a de démonstrations qu'en mathématiques et il doit y en avoir en logique aussi. Pour Leibniz, la logique doit donc suivre le "modèle" des mathématiques. L'idéal de Frege était le suivant : construire un système logique complet dans lequel on aurait pu exprimer toutes les propositions de l'arithmétique. L'"idéographie" de Frege (1879, 1893) n'a cependant pas atteint son but. En effet, comme on le sait, Russell (Heijenoort 1977) a trouvé un paradoxe dans la construction de Frege (1893) : le prédicat *être un prédicat qui ne peut être prédiqué de lui-même* conduit à un paradoxe[3]. En 1931, Gödel (Heijenoort 1977) a prouvé, par son théorème d'incomplétude, qu'il est impossible de construire un système logique qui représente un modèle de l'arithmétique. Plus précisément : *L'arithmétique est un système formel incomplet.* Malgré le fait que l'idéal frégéen n'ait pas été atteint, l'"idéographie" de Frege a deux grandes qualités : il s'inscrit parmi les essais d'une formalisation extrêmement rigoureuse de la logique à partir d'une véritable mathématisation de la notion de concept appréhendé comme une fonction ; il apporte des éclaircissements sur quelques notions logiques comme : le statut du quantificateur, le statut de la fonction, les notions de concept et d'objet.

Malgré sa précision, sa cohérence et sa simplicité, le programme d'Aristote a été "attaqué" parfois. Si la logique de Port-Royal (Arnauld et Nicole 1992) a intégré le programme d'Aristote mais elle s'est proposée de l'élargir en s'occupant notamment d'opérations de *détermination.* Il y a eu ensuite, dans l'histoire, des moments de sa remise en cause, en s'interrogeant sur ce qu'est ou doit être la logique[4]. On veut que la logique capte plus que ce qu'Aristote a proposé, par exemple les raisonnements dialectiques et certaines propriétés complexes des négations (Hegel).

B. Russell (1903, 1910) est considéré comme le principal fondateur, avec Frege, de la logique mathématique actuelle. Il étudie les paradoxes déjà identifiés par les anciens, en rapport au paradoxe de la théorie des ensembles, connu sous le nom de "paradoxe de Russell" : *l'ensemble de tous les ensembles qui ne se contiennent pas eux-mêmes est une entité paradoxale*. Il propose donc de "chasser" des paradoxes en introduisant une hiérarchie de *types*[5]. La logique classique dans sa forme actuelle formalisée a été appelée la "logique symbolique" ou la "logique mathématique" par certains logiciens. Les liens entre la logique et les mathématiques, posés par Leibniz et tissés tout au long du XIX^{ème} siècle et du XX^{ème} siècle ont un double aspect : d'une part, la construction de la logique

[3] Pour Curry (Curry (1958)), l'expression du paradoxe de Frege se formule ainsi « l'auto-applicativité de la non auto-applicativité d'un concept » n'est pas une proposition, c'est-à-dire une expression qui est soit vraie, soit fausse.

[4] Par Hegel, en particulier. Voir sur ce point Dominique Dubarle.

[5] La logique combinatoire de Curry (1958) a été élaborée pour examiner les paradoxes qui peuvent surgir en logique. Il ne s'agit donc pas, pour Curry, de « chasser » les paradoxes, comme le préconise B. Russel, en s'interdisant de construire certaines expressions, déclarées « sans signification » alors qu'elles « représentent et expriment des pensées », mais de mieux comprendre les propriétés profondes (par exemple des constructions de points fixes) qui font émerger les expressions paradoxales.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

s'inspire du langage des mathématiques – la logique "se mathématise" –, d'autre part, elle sert à "justifier" les mathématiques, elle veut être une étude des "fondement des mathématiques".

Vers la fin du XIX^{ème} siècle et au début du XX^{ème}, il y a deux tendances qui se définissent dans la logique autour du rapport entre la logique et les mathématiques. Elles ont été appelées par certains logiciens (Largeault 1970) le *logicisme* et le *formalisme.* Le logicisme se propose de ramener les mathématiques à la logique. Le formalisme, dont le représentant est D. Hilbert se demande plutôt quels sont les éléments mathématiques qui interviennent dans la logique. Le programme formaliste d'Hilbert a été ruiné par le théorème de Gödel : il existe des formules logiques qui échappent au mécanisme des preuves. Et, pourtant, ces deux tendances ont donné aujourd'hui, les deux formes d'existence de la logique classique[6] : *la théorie des modèles* et la théorie de la démonstration, dont la *déduction naturelle* (à la Gentzen).

Mais la logique ne s'arrête pas à la logique classique. Il y a tout un éventail de logiques "non-classiques" qui se sont développées à partir de cette logique depuis le début du XX^{ème} siècle : la logique temporelle (Prior), la logique modale (Lewis, Kripke, Gochet et Gribomont 2000), la logique combinatoire (Curry 1933, 1958), les logiques du raisonnement par défaut (Reiter (1980)), les logiques non monotones, les logiques paraconsistantes (Da Costa 1997), la locologie (De Glas), la logique floue (Zadeh), la logique quantique (Omnès), la méréologie (Lesniewski, Miéville), la logique naturelle (Grize)[7] … Tout ce cheminement vers "les logiques" d'aujourd'hui se construit autour des interrogations : Qu'est-ce qu'une logique ? Un art pour bien raisonner? Une méthode d'argumentation ? Une science de la démonstration ? Une discipline dont la norme est la vérité ? Une étude des opérations mentales ? Une identification des lois de la pensée ? Une composition formelle des concepts ? Une analyse mathématique du langage des mathématiques ? Une recherche sur les fondements théoriques de l'informatique? Par ailleurs, les interrogations sur le rapport entre la logique et « le langage » mènent à une branche de la philosophie, la philosophie du langage dont les débuts remontent à Frege. Elle est continuée par Russell, Kripke, Quine, Geach, Austin, Searle, Vanderveken, Dummett.

1. LES MOTIVATIONS DE LA LDO

Les interrogations sur le rapport entre la logique classique et les langues naturelles sont reprises sous un autre angle par J.-P. Desclés (1981, 1986, 1988b, 1990,1995, 1997c, 2002a, 2004a):

[6] D. Van Dalen (1991) appelle la forme "sacré" la théorie de la démonstration (donc, la déduction naturelle) et la forme "profane", la théorie des modèles .

[7] Voir Gochet et Gribomont (2000) et les ouvrages Weitgarner, Miéville.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

Quelle est l'appareil logique qui se trouve derrière les constructions sémiotiques opérées par les langues naturelles ? Y a-t-il une seule logique ou plusieurs ? S'il y en a plusieurs, alors quels sont leurs rapports ?

La logique classique dans sa forme actuelle apparaît comme le résultat d'une certaine traduction dans un langage formel – ce qui est devenu le calcul du premier ordre –, avec les trahisons inévitables de toute traduction, des grandes lignes du programme aristotélicien (analyse et manipulation des quantificateurs logiques dans les raisonnements) et du programme (logique) des stoïciens (analyse des connecteurs inter-propositionnels et d'une forme de négation). La logique classique prend donc en compte : *les opérations* de *connexion* entre propositions exprimées par les connecteurs propositionnels et un opérateur de négation ; les *opérations de prédication* exprimées par les prédicats considérés comme des opérateurs appliqués à des termes – constants ou variables –; les *opérations de quantification* exprimées à l'aide des quantificateurs considérés comme des opérateurs qui opèrent sur des prédicats pour construite des propositions ou des prédicats d'arité moindre.

Nous retrouvons ces opérations dans les langues naturelles. Les propositions sont une abstraction des phrases simples des langues naturelles, abstraction qui efface certains traits comme la temporalité et la modalité. Les connecteurs sont des abstractions idéalisantes des connecteurs 'et', 'ou', 'ou bien… ou bien…', 'si… alors' qui opèrent dans les langues. Les prédicats sont des abstractions construites à partir des verbes, des adjectifs, des prépositions ; leur sémantique est ramenées à être des parties d'ensembles. L'analyse syntaxique et sémantique, avec la vieille distinction entre les syncatégorèmes et catégorèmes, a été reprise par les grammaires catégorielles (Lesniewski, Adjukiewicz, Lambek …) puis, à un niveau plus abstrait, dans la description formelle du langage génotype de S. K. Shaumyan[8], fait bien apparaître les différentes opérations (prédication, connexion, quantification)[9] constitutives des langues, indépendamment des catégorisations traditionnelles (phrases, noms, verbes, adjectifs, adverbes, prépositions, conjonctions), plus ancrées sur la morphologie de langues particulières. Si comme nous l'avons déjà dit, les trois premières opérations sont bien reprises dans le langage des prédicats, en revanche l'opération de détermination y est complètement absente. Cependant, il existe d'autres opérations constitutives des langues naturelles que ces trois opérations de base. Là encore, le formalisme des

[8] Dans le modèle linguistique appelé Grammaire Applicative Universelle de Shaumyan, le génotype est un langage applicatif abstrait qui décrit les opérations universelles du langage ; il se réalise dans les différentes langues phénotypes qui ont des traits typologiques spécifiques.

[9] Désignons par p et t les types (catégories) des phrases (ou propositions) et des termes, les types fonctionnels dérivés (ou catégories dérivées) sont construits par l'opérateur **O** (si α et β sont des types, alors **O**$\alpha\beta$ est un type fonctionnel, celui des opérateurs qui s'appliquent à des entités de type α pour construire des résultats de types β). Les trois types d'opérations constitutives de la syntaxe des langues sont : pour la prédication : $\mathbf{O}^n$tp, où $\mathbf{O}^n$tp =def **O**t**O**t…**O**tp (n fois) ; pour la connexion : **O**α**O**$\alpha\alpha$, où α est une variable de type dont le domaine contient {p, t} ; pour la quantification : **OO**tpp ou, plus généralement : **OO**^{n}tp**O**$^{n-1}$tp.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

grammaires catégorielles fait bien apparaître les opérations de détermination et de transposition (qui correspond, dans l'approche de Tesnière, à la translation)[10].

La logique classique traite la détermination comme étant un prédicat d'un seul argument. Ainsi, son trait sémantique principal – l'ajout d'un apport informationnel dans la construction d'un objet – est effacé ce qui ne permet pas de distinguer un déterminant d'un autre prédicat d'un seul argument représentant, par exemple un verbe, qui n'exprime auncune détermination.

Quant à l'objet, plus ou moins déterminé il n'est pas thématisé, en tant que tel, dans la logique classique[11]. L'objet, quelconque et indéterminé, y est représenté par une variable. Il est vrai que la *description définie* de Russell utilise implicitement la détermination en construisant un terme complètement déterminé, mais il ne l'exprime pas explicitement puisqu'il ne traite pas la détermination comme une primitive de son système, ses primitives étant les individus, les classes et les fonctions propositionnelles.

Si les *objets plus ou moins déterminés (et indéterminés)* ne sont pas présents dans la logique classique, la notion d'objet et sa problématique sont pourtant plus ou moins pris en compte dans l'histoire de la logique[12]. Pour F. Gonseth, par exemple, la logique est « une physique de l'objet quelconque ». L'objet apparaît également comme une source de problème chez Meinong (1921) qui construit une théorie qu'on appelle aujourd'hui *ontologie formelle* (Nef 1998). Quant à Husserl (1913), il prend en compte, pour la première fois, le lien entre l'ontologie formelle et la logique.

Par ailleurs, les objets sont présents dans l'analyse sémantique des langues naturelles. Les articles *défini* et *indéfini* en sont une preuve : ils expriment des constructions d'objets plus ou moins indéterminés, d'objets quelconques, d'objets déterminés, d'objets universels ou encore, dans certains contextes, d'objets typiques. L'expression de la langue *un homme* correspond à un *objet plus ou moins déterminé* tandis que l'expression de la langue *l'homme aux yeux noirs qui est mon fils* correspond à un *objet totalement (complètement) déterminé.* La logique classique appliquée au langage naturel traite l'article indéfini tantôt comme un

[10] Le type des opérations de détermination est $\mathbf{O}\alpha\alpha$, où α est une variable de types dont le domaine est {p, t, $\mathbf{O}^n$tp, $\mathbf{O}\alpha\alpha$}. Le types des opérations de transpôsition comme les prépositions est donnée par $\mathbf{O}$t$\mathbf{OO}$tp$\mathbf{O}$tp .

[11] Le système de Frege (1893) fait appel à des « objets » opposés aux concepts. Les objets sont exprimés par des expressions saturées, ce sont donc des opérandes absolues, alors que les concepts et les quantificateurs sont exprimés par des expressions non saturées (des expressions abstraites par l'opérateur d'abstraction λ dans le λ-calcul moderne de Church). Les objets chez Frege désignent d'une part, des individus complètement déterminés et d'autre part, les valeurs de vérité et les extensions des concepts, considérés comme des objets exprimés par des expressions saturées. Par ailleurs, la notion d'objet construit à partir d'un concept apparaît en fait chez Hilbert avec le ε-symbol qui désigne un des objets (complètement déterminés) auxquels s'applique le concept.

[12] Par exemple avec Kant sous forme d'une théorie extérieure à la logique, nommée *ontologie de l'objet,* Kant considérait l'objet comme "quelque chose en général".

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

quantificateur universel, tantôt comme un quantificateur existentiel, comme l'a montré Geatch avec les célèbres "phrases de l'âne" avec leurs représentations logiques dans le langage des prédicats:

Pedro possède un âne.
$(\exists x)$ { âne (x) $\wedge$ possède (x, Pedro) }

Si Pedro possède un âne, il le bat.
("x) { [âne (x) $\wedge$ possède (x, Pedro)] => [bat (x, Pedro)] }
$\neq$ [$(\exists x)$ { âne (x) $\wedge$ (possède (x, Pedro) }] => bat (x, Pedro)

Si Pedro possède un âne, Marie est contente.
[$(\exists x)$ { [âne (x) $\wedge$ possède (x, Pedro)] }] => est-contente(Marie)
= ("x) { [âne (x) => possède (x, Pedro)] => est-contente (Marie) }

A la problématique d'objet se greffe une autre problématique, celles de *typicalité* et d'*atypicalité,* d'instances plus ou moins typiques ou d'instance atypique d'un concept. Ces notions sont absentes chez Frege, Russel et bien entendu dans la logique classique. Les individus d'une classe dans la conception de Russell sont tous des "candidats" interchangeables et équivalents susceptibles d'instancier une variable libre dans une forme propositionnelle. Or, la psychologie cognitive avec les travaux d'Eleonor (Rösch 1975, 1978, Le Ny, 1979) montre que les objets d'une classe ne sont pas équivalents entre eux et également substituables les uns aux autres. Faut-il tenir compte de cet aspect dans une logique qui viserait à étudier et à formaliser les mécanismes de catégorisation ? Par ailleurs, les héritages de propriétés dans les réseaux sémantiques et, plus généralement dans la modélisation des connaissances en Intelligence Artificielle et en psychologie cognitive (réseaux de Quillan, par exemple) ou, plus récemment dans les constructions d'ontologies de domaines, y ont sans cesse recours.

Comment intégrer ces notions dans le champ de la logique et dans un formalisme approprié ? Avec le formalisme actuel de la logique classique peut-on construire une logique formelle qui rende compte à la fois : 1°) des objets ; 2°) de l'indétermination et de la détermination des objets; 3°) des phénomènes de la typicalité, de l'atypicalité et de la représentation, typique ou atypique, des instances d'un concept ? Si non, il faut construire une « nouvelle logique » qui devrait renouer avec certaines préoccupations, par exemple celles qui sont relatives aux opérations de détermination, et avec la problématique de la logique ancienne ante-frégéenne[13], plus proche des systèmes des langues naturelles, par exemple avec

[13] Voir aussi les critiques de la logique frégéenne et post-frégéenne de Fred Sommers montrant par là son inadéquation par rapport aux préoccupations aristotéliciennes et médiévales (de Pierre d'Espagne par exemple).

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

certains aspects de la « Logique de Port Royal », d'Arnauld, Nicole et de Pascal (qui y a beaucoup contribué par son « esprit de géométrie »), mais en utilisant maintenant un appareil mathématique moderne, en particulier en utilisant les fonctions et les opérations qui appliquent des opérateurs à des opérandes pour construire des résultats[14]. Est-il possible de définir une « logique de l'objet » qui intègre dans un même système formel la problématique des anciennes ontologies de l'objet et, également, certains aspects des recherches plus récentes de l'intelligence artificielle ?

La logique classique utilise un formalisme mathématique qui s'est développé avec les interprétations sémantiques de la *théorie des modèles,* suivant en cela l'approche interprétative de la sémantique selon A. Tarski. Les formes de pensée sont les *expressions bien formées (EBF).* Elles forment un langage formel. Les expressions bien formées qui ont le statut de proposition prennent des valeurs (les *valeurs de vérités*), ce qui conduit à définir des univers interprétatifs sous forme d'ensembles, de parties d'ensembles (par exemple l'interprétation ensembliste des prédicats) dont on peut déterminer la structure mathématique (par exemple une algèbre de Boole, une structure topologique, un espace fonctionnel) appelée parfois la *structure sémantique* ou *sémantique interne.* Le couple formé par un langage et la structure mathématique interprétative en tenant compte du mécanisme d'attribution des valeurs de vérités aux expressions bien formées forment un *modèle.* La présentation de la logique peut être également effectuée par la « déduction naturelle » (Gentzen (1955)). Les inférences se construisent selon des règles d'introduction et d'élimination appliquées à l'ensemble des « constantes logiques » (connecteurs, négation, quantificateurs) ; ces règles d'élimination et d'introduction contribuent à donner une interprétation sémantique aux constantes logiques. Curry (1958), de son côté, a proposé une approche originale de la logique, qui est essentiellement la science des *systèmes formels.* Une logique est un système formel à l'intérieur duquel se construisent « des objets de pensée » par des opérations constructives propres au système et reliés entre eux par des inférences, engendrées par l'utilisation licite de règles. Dans sa vision sémiotique une logique semble intégrer une ontologie des objets et la relie à d'autres systèmes interprétatifs par *une représentation* et à un certain langage de *présentation.* Une logique est formée par un ensemble de couches stratifiées par des représentations, allant jusqu'à l'interprétation ultime exprimée dans une langue naturelle (système sémiotique de type U, opposé aux systèmes sémiotiques artificiels de type A). La relation entre un langage formel et son interprétation sémantique structurée est gérée par un va-et-vient (interprétation – représentation) proposé par la théorie des modèles, conduisant à un cheminement articulé sur plusieurs niveaux.

[14] L'exigence d'une mathématisation fonctionnelle nous sépare des tentatives de F. Sommers (1982).

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

Alors que la logique classique utilise des variables (libres et liées) et des constantes. Curry (Curry, Feys 1958) avec la *logique combinatoire* crée une logique sans variables (liées), ce qui est gain non négligeable quand on a pris conscience que la notion de variable est une notion hautement polysémique en mathématiques et en logique, sans parler de l'informatique[15]. La logique combinatoire est une logique des opérateurs et des compositions intrinsèques[16] d'opérateurs. La notion d'application d'un opérateur à un opérande est une notion primitive du système. Un opérateur est une entité qui agit ; un opérande est une entité qui subit l'action d'un opérateur. Avec Curry, nous découvrons un changement de paradigme, encore mal reconnu, dans les formalismes logiques, changement qui l'amène à considérer une *fonction* – ou plutôt un opérateur – comme un processus constructif – selon une conceptualisation entièrement fonctionnelle : les fonctions sont des processus qui construisent des objets – et non pas comme un simple ensemble de correspondances entre arguments et résultats – selon une vision ensembliste : tout est ensemble. Curry fait prévaloir en tant que primitive cognitive l'élément *action* plutôt que la *description,* il change donc complètement d'optique par rapport à tout l'échafaudage des mathématiques actuelles qui ont privilégié la vision ensembliste. Rien, cependant, ne nous empêche de revisiter la logique, ses objectifs, ses fondements exprimés par des formalismes plus opératoires et fonctionnels.

En ce qui concerne le rapport entre la logique et les langues naturelles, le développement des formalismes logiques a créé une certaine "rupture" avec les langues naturelles : plus on "formalise", plus on semble s'éloigner des organisations sémiotiques des langues. La logique classique, et ses extensions, en sont une preuve assez éclatante. Elle retient par "idéalisation" certains traits des langues et elle en écarte d'autres pourtant très bien mis en évidence par les langues naturelles. L'analyse du « langage naturel » (en fait l'anglais), en utilisant une extension de la logique classique avec des concepts intensionnels hérités de Carnap a conduit au développement d'une analyse *sémantique* du « langage naturel » avec les travaux de R. Montague (1974a, 1974b), puis ceux de J. Barwise (Barwise, Perry 1983), E. Keenan (Keenan, Falz 1985), centrés essentiellement sur une analyse plus fonctionnelle de la quantification des syntagmes nominaux.

Quant à J.-P. Desclés (2005), il soulève quelques questions relatives à la fonction cognitive du langage appréhendé au travers des agencements sémiotiques des langues naturelles : (i) La pensée est-elle indépendante de toute langue

[15] On pourra se reporter à l'article de J-.P. Desclés et S. Cheong (2006) sur « Une critique de la notion de variable : aspects sémiotique et formel », paru dans la revue *Mathématiques et Sciences Humaines*.

[16] Sur la notion de composition intrinsèque d'opérateurs, voir la thèse d'état en mathématiques de Desclés (1980) : *Opérateurs / opérations. Recherches sur les formalismes intrinsèques en informatique fondamentale*, Université René Descartes, Paris., *de Desclés (1980).* Les combinateurs de la logique combinatoire réalisent pleinement la composition intrinsèque, c'est-à-dire une composition fonctionnelle qui est indépendante des domaines sur lesquels portent les opérateurs.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

naturelle qui l'exprime et la rend publique ? (ii) La pensée est-elle structurée comme un langage formel de nature logique (avec des prédicats et des termes) ? (iii) Les catégorisations opérées par les langues sont-elles indépendantes des catégorisations cognitives opérées par la perception et l'action sur l'environnement ? (iv) Peut-on considérer qu'il existerait des catégories cognitives indépendantes des catégories linguistiques spécifiques à telle ou telle langue ?

La logique est ancrée sur les langues naturelles – non par réduite aux langues – est un fait qu'un examen minutieux de l'histoire de la logique viendrait confirmer (Desclés 1996, 1997a). Le programme de travail devient alors très clair : on part de la langue naturelle en filtrant certaines de ses "spécificités cognitives", on les analyse pour les formaliser et les transposer dans un système formel puis on revient à la langue naturelle en les considérant comme un métalangage de description de la langue. C'est le parcours de modélisation qui devrait être réalisé par le *traitement automatique du langage (TAL).*

Les idées de base de la LDO ont été formulées par J.-P. Desclés (Desclés 1986, 1997b, 1999, Desclés, Guenthéva 1998, 2000, Desclés 2004c) :

1. Comme chez Frege (1879, 1891b, 1893) un concept est une fonction à valeur "vrai" ou "faux" exprimée d'un point de vue syntaxique comme un opérateur f d'un certain type de la théorie des types fonctionnels de Church (1941).
2. A chaque opérateur-conceptuel f est associé canoniquement un objet indéterminé τf qui représente en tant qu'objet abstrait complètement indéterminé, le concept.
3. Un opérateur de détermination δ associe à chaque opérateur-conceptuel f un autre opérateur δf (d'un autre type que f) qui, étant appliqué à un objet plus ou moins déterminé x, construit un objet $(\delta f)\, x$ mieux déterminé que x.
4. La LDO engendre à partir de l'objet τf, associé à un opérateur-conceptuel f d'autres objets plus ou moins déterminés par des déterminations apportées par d'autres concepts. Certains de ces objets, lorsqu'ils sont complètement déterminés, constituent, alors, l'extension du concept, au sens de Frege et repris dans la logique classique.

L'opération de détermination – c'est-à-dire l'application d'un opérateur δf à un objet – faisait partie des opérations implicites de la logique ante-frégéenne (logique médiévale), à côté de l'opération de prédication et des quantificateurs. Etant constitutive de la proposition, la détermination apparaît nettement dans la Logique de Port-Royal comme le remarque J.-C. Pariente (1985). Cependant, cette opération n'avait pas reçu une formalisation adéquate, d'autant qu'elle avait été « éliminée de la logique » à partir des théories de la quantification, avec variables

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

liées, de Frege et Russell. Aussi, la LDO se propose-t-elle de rétablir cette opération dans le dispositif général des analyses logiques, en lui donnant un statut opératoire, qui permet d'articuler d'une part, *prédication, détermination* et *quantification* (Desclés 1999) et, d'autre part, *intension*, *étendue* (au sens de Port-Royal) et *extension.* L'introduction des objets plus ou moins déterminés engendrés à partir de l'objet τf – représentant objectal de l'opérateur-conceptuel *f* – par des déterminations fonctionnelles, a permis de donner un support logique (Desclés 1986, 1988b, 2002a) aux notions cognitives de typicalité et d'atypicalité qui jouent un rôle essentiel en anthropologie et psychologie cognitive (Rösch 1975, 1978, Le Ny 1979).

Aux quatre idées de base de LDO, il faut ajouter la distinction suivante qui sera explicitement développée dans la présente contribution : dans la LDO, nous pouvons distinguer l'opérateur-conceptuel "être-*f*" de l'attribut "avoir la propriété-*f*" ; l'opérateur-conceptuel est *catégorisant,* au sens où il permet de construire une catégorie de représentants (des objets) plus ou moins déterminés qui héritent de toutes les propriétés, ou seulement de certaines des propriétés[17], de l'intension (classe des concepts qu'un concept donné subsume ou "comprend") ; l'attribut est *non catégorisant,* mais contribue à apporter une détermination aux objets de l'"étendue" (classe de tous les objets plus ou moins déterminés auxquels s'applique l'opérateur-conceptuel *f*) ; l'extension est une partie de l'étendue, elle est composée des objets complètement déterminés dans l'étendue.

Du point de vue technique, la LDO est un système applicatif typé comprenant des opérateurs et des objets ; ce système est défini dans le cadre formel de la logique combinatoire avec types de Curry (Curry, Feys 1958, Curry *et al.* 1972). Comme nous l'avons déjà dit, cette dernière est conçue comme une logique des processus opératoires, ou opérateurs, combinés entre eux, de façon intrinsèque, par des opérateurs fonctionnels abstraits – appelés *combinateurs* – qui sont indépendants de toute interprétation dans un domaine particulier. Dans la LDO, l'opération de base est l'application : au couple opérateur-opérande, l'opération d'application construit un résultat qui, lui-même, peut être à son tour un opérateur ou un opérande. Quant aux objets, contrairement aux opérateurs, ils sont toujours des opérandes absolus. En ayant recours à la théorie des types fonctionnels (Church 1941), nous pouvons distinguer différents types d'opérateurs. Les types sont construits à partir des types de base : le type **J** des objets et le type **H** des propositions (expressions susceptibles de prendre une des deux valeurs de vérité. Tous les types fonctionnels sont alors engendrés par les règles suivantes, au moyen de l'opérateur **F**, constructeur de types :

- Les types de base sont des types fonctionnels ;

[17] Nous préciserons plus loin les conditions d'héritage des propriétés de l'intension selon qu'un objet est un représentant typique (héritage de toutes les propriétés) ou un représentant atypique (héritage de seulement certaines propriétés) d'un concept.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

- Si α et β sont des types fonctionnels, alors $\mathbf{F}\alpha\beta$ est un type fonctionnel.

L'application d'un opérateur X de type $\mathbf{F}\alpha\beta$ à un opérande Y de type α, construit un résultat de type β ; cette opération est représentée par l'arbre applicatif suivant :

$$\frac{\mathbf{F}\alpha\beta : X \qquad \alpha : Y}{\beta : XY}$$

Dans la LDO, toutes les entités sont soit des opérateurs de différents types fonctionnels, soit des objets de type **J** ou des propositions de type **H**.

2. LA STRUCTURE DE LA LDO

La LDO est un échafaudage de plusieurs composantes successives. Chaque composante étend une autre composante par l'ajout d'un ensemble d'opérateurs. Dans ce qui suit, nous décrirons ces composantes, en présentant le formalisme dans le style de Gentzen avec des règles d'introduction et d'élimination associées à chaque opérateur. La LDO se présente donc comme un ensemble de règles et un ensemble d'axiomes (ou relations d'identification imposées entre des opérateurs ou entre objets construits). Dans cet article, nous présentons seulement les opérateurs et leur contenu cognitif, sans présenter les règles et les axiomes de la LDO qui feront l'objet d'un autre article.

2.1. La LDO simple est donnée par le 5-uple $\langle\, \boldsymbol{F} \cup \boldsymbol{D}, \tau, \delta, \varepsilon, \rightarrow, \boldsymbol{O} \,\rangle$ où $\boldsymbol{F} \cup \boldsymbol{D}$ est une classe de concepts ; τ et δ sont des opérateurs constructeurs qui opèrent sur les concepts ; le premier opérateur engendre un objet typique associé canoniquement aux concepts de F ; le second engendre un opérateur de détermination susceptible de déterminer les objets ; $\rightarrow$ est une relation définie sur les concepts de F. L'ensemble O est un ensemble d'objets, certains étant engendrés directement par les concepts, d'autres étant donnés *a priori* alors qu'ils ne sont pas des arguments d'un des concepts.

2.2. Le Concept et l'intension d'un concept

Un concept *f* est un opérateur qui s'applique à un opérande (l'opérande étant un *objet*) donnant pour résultats des valeurs de vérités ("vrai" ou '$\mathbf{T}$' et "faux" ou '$\perp$') . Les concepts dans la LDO sont exprimés dans la langue par des expressions comme *être-homme, être-animal, ….* Les objets sont exprimés par des syntagmes nominaux comme *un-homme, un-ordinateur, une-table-ronde…* Par exemple, le

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

concept *être-homme* est un opérateur qui s'applique à tous les objets qui sont des "hommes" avec la valeur $\mathbf{T}$ et qui s'applique à tous les objets qui ne sont pas des hommes avec la valeur $\perp$. On retrouve, ici, exactement l'idée frégéenne (Frege (1891b))[18]. Cependant, nous complexifions cette approche initiale en considérant qu'un concept *f* doit être conçu non pas comme un opérateur isolé mais comme "un faisceau" d'autres concepts qui représentent des "propriétés" associées à la sémantique du concept *f*, c'est-à-dire à sa "compréhension"[19]. Parmi les propriétés associées à un concept, il y a des propriétés qui sont "normalement (typiquement) associées" au concept et des propriétés qui sont "nécessairement associées" au concept. Par exemple, pour le concept *être-homme,* la propriété *avoir-deux-jambes* est typiquement associée, mais pas nécessairement associée, alors que la propriété *être-doué-de-raison,* lui est nécessairement associée.

La classe des concepts *F* est munie d'une relation de préordre, désignée par $\rightarrow$. La relation "$f \rightarrow g$" signifie : "le concept *g* est une "propriété" du concept *f*" ou encore "le concept *f* comprend *g*" ou "le concept *f* contient le concept *g*". Une telle relation détermine une classe qui est associée à la "compréhension" de chaque concept, cette classe de concept est appelée *l'intension du concept f,* elle est désignée par Int *f :*

$\text{Int}\, f = \{g \in F / f \rightarrow g\}$

La classe Int *f* correspond dans la LDO à la "vielle" notion de "compréhension" de la logique de Port-Royal. L'intension d'un concept est une classe de concepts qui le caractérisent. Si on enlève un concept *g* de l'intension de *f*, on en change "la compréhension" i.e. on modifie la classe des objets qui "tombent sous *f* ". Dans l'intension[20] d'un concept se trouvent par définition les concepts sous lesquels tombent tous les *instances (ou objets) typiques* de *f*. Evidemment, la compréhension d'un concept varient selon les cultures, les communautés humaines, le temps et même les individus.

[18] Comme nous l'avons déjà dit, si **J** désigne le type des objets individuels et **H** le type des propositions, un concept est un opérateur de type **FJH**.

[19] L'intension d'un concept n'est pas sa définition. La définition d'un concept fait partie de son intension. Il faut cependant remarquer que la définition d'un concept n'est pas toujours connue et partagée alors qu'il est plus facile de reconnaître que certaines propriétés font partie de l'intension d'un concept. Par exemple, quelle est la définition du concept « être-un-homme » ? De très nombreux débats (philosophiques, biologiques…) n'ont pas encore réussi à en donner une définition qui serait partagée par tous et qui permettrait de trancher, sans passions, la question « un embryon humain fait-il partie des instances du concept 'être-un-homme' » ?. En revanche, on s'accordera plus facilement, même dans un dialogue interculturel, pour mettre dans l'intension de ce concept des propriétés comme « être-une-entité-vivante », « être une-entité-sexuée-capable-de-se-reproduire », « être-capable-de-parler », « être-capable-de-raisonner », « être-mortel », « avoir-deux-bras / deux-jambes /deux yeux / une tête … »

[20] Remarquons que la notion d'intension de la LDO n'est pas identique à l'intension de Carnap (1952), reprise, entre autres, par Montague (1974a), Kamp et Partee (1995).

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

Parmi les concepts, il y a des concepts qui engendrent des catégories, conçues comme des classes d'objets "semblables" car possédant un ensemble de propriétés communes et partagées par chacun des objets de la catégorie; de plus, certains objets de la catégorie peuvent être considérés comme des prototypes du concept, c'est-à-dire comme de "bons représentants" du concept, en faisant une complète abstraction de leurs propriétés contingentes et particulières. Prenons comme exemple le concept *être homme.* Ce concept engendre la catégorie des hommes. Il y a cependant d'autres concepts qui n'engendrent pas des catégories. Par exemple le concept *être rouge.* Il n'engendre pas la catégorie des "rouges", mais il est utilisé dans la détermination des objets pour construire (qualifier) des objets qui sont rouges. Il est difficile, par ailleurs, d'imaginer un prototype des objets rouge; en effet, *être rouge* impose l'existence de supports déjà construits pour pouvoir s'appliquer. Les premiers concepts sont appelés *concepts catégorisants* et leur classe est notée par *F*, les seconds sont appelés *concepts non-catégorisants* et leur classe est notée par *D.* La classe de tous les concepts est donc $F \cup D$.

2.3. Objets

La classe *O* est la classe des *objets*. Le statut cognitif des objets de la LDO est précisé par la caractéristique suivante : ils fonctionnent toujours comme un opérande par rapport aux opérateurs ; ce sont des entités qui sont susceptibles de subir des transformations, en particulier par les opérateurs de détermination qui leur apportent des informations qualitatives et contribuent ainsi à préciser leur référence ;

Nous acceptons l'idée suivante : à partir d'un concept *f* on peut construire un *objet*[21] *("mental") qui est totalement indéterminé.* Ce dernier est le représentant objectal totalement indéterminé du concept *f*. Il est désigné par τf. Cette opération correspond dans la LDO à l'application de l'opérateur τ au concept *f*. Elle correspond à l'opération cognitive qui est réalisée quand on passe du concept *être-homme* à l'objet indéterminé *un-homme* ou du concept *être-triangle* à l'objet totalement indéterminé *un-triangle.* L'objet τf fait partie de la classe des *objets plus ou moins déterminés.*

Un objet plus ou moins déterminé peut être "transformé" par *un opérateur de détermination*. Quand aucune détermination supplémentaire ne vient apporter une nouvelle qualification (ou information référentielle), l'objet construit devient un *objet totalement déterminé.*

[21] On retrouve cette notion avec le e-symbole de David Hilbert et P. Bernays (1939). Il faut cependant remarquer que le e-symbole désigne, s'il existe, n'importe quel objet totalement déterminé de l'extension alors que l'objet typique désign un objet complètement indéterminé. Cet objet a toujours une existence (mentale) même s'il n'a aucun correspondant empirique (ou construit) dans l'extension du concept.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

L'objet *un-homme* peut être déterminé par une détermination qualificative obtenue par le concept *être-professeur-d'informatique*; on obtient alors l'objet toujours mieux déterminé *un-professeur-d'informatique*. Par contre l'objet *Jean-Pierre-Desclés-professeur-d'informatique-à-la-Sorbonne* est un objet complètement déterminé. En général, les noms propres désignent des objets complètement déterminés[22].

L'objet *un-triangle* peut être déterminé par la fonction de détermination obtenue par le concept *être-rectangle* en obtenant l'objet toujours plus ou moins déterminé *un-triangle-rectangle*, mais ce dernier étant plus déterminé que le premier. Par contre *le-triangle-rectangle-que-je-viens-de-dessiner* est un objet totalement déterminé.

Dans la LDO il y a des objets plus ou moins déterminés et des objets totalement déterminés . La classe O des objets contient la sous-classe des objets totalement déterminés, notée par $O_{de\ t}$: $O_{det} \subset O$.

Pour conclure sur les objets, les objets de la LDO ne sont ni les objets de Frege (Frege(1893)), ni les objets de Curry (Curry et Feys (1958)). Ils ne sont ni "saturés" dans le sens de Frege, ni complètement arbitraires (les Obs de Curry) ils sont des entités avec un statut épistémique différent. Leur statut est donné par le fait qu'ils peuvent être construits par l'opération de *détermination.* Aucune autre logique de l'objet ne contient cette idée.

Dans la LDO, les classes F, O sont supposées données. Leur statut est précisé : opérateurs et opérandes.

2.4. Opérateurs constructeurs de l'objet typique et opérateurs de détermination

Comme nous l'avons déjà dit, dans la LDO, il y a deux types de base : le type des objets individuels ou individus **J** ; le type **H** des expressions qui ont des valeurs de vérité. Les concepts ont le type **FJH**. Nous allons définir deux opérateurs qui construisent respectivement un objet et une fonction associés canoniquement à un concept.

L'opérateur constructeur de l'objet typique totalement indéterminé τ s'applique à un concept catégorisant f en construisant un objet typique unique τf canoniquement associé à f, totalement indéterminé; le type de τ est : **F(FJH)J** . Cet opérateur réalise le lien formel entre la classe des concepts catégorisants F et la classe des objets O. Il représente la modélisation dans la LDO de l'opération cognitive du passage d'un concept à l'objet qui le représente en tant qu'objet. Cela part de l'hypothèse cognitive suivante : on a la capacité de "se représenter" un

[22] Le problème est plus complexe puisque l'on peut distinguer *Napoléon, le vainqueur à Austerlitz* du *Napoléon, le vaincu à Waterloo* puisque nous avons des énoncés comme : *Le Napoléon d'Austerlitz n'est pas le Napoléon de Waterloo*.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

concept, beaucoup moins par l'ensemble de ses propriétés constituantes, c'est-à-dire son intension, que sous la forme d'un objet (mental) construit par un processus d'abstraction des propriétés particulières et contingentes à partir des objets qui sont des instances du concept. Il en résulte donc que pour analyser un concept on décline (mentalement) toutes les propriétés qui caractérisent cet objet typique; tous les autres objets qui sont les instances du concept sont obtenus par des adjonctions de propriétés qualificatives qui construisent des objets de plus en plus déterminés par rapport à l'objet typique du concept. Cette représentation cognitive du concept par des objets plus ou moins déterminés construits à partir de l'objet typique complètement indéterminé est à la base de la LDO.

Si les concepts catégorisant de *F* permettent de construire des catégories associées à chaque concept *f*, exprimé souvent par un lexème d'une langue, en revanche un concept non-catégorisant de *D* n'a pas un objet typique associé.

L'opérateur constructeur δ d'une détermination s'applique à un concept *f* et construit la fonction de détermination (ou opérateur de détermination) δf qui opère sur des objets de type **J** en leur apportant une certaine détermination relative au concept *f*. Le type de est δ : **F(FJH)(FJJ)**. La fonction de détermination δf s'applique à un objet *x* et construit un autre objet *y* plus déterminé que *x*. Ainsi, un objet *x* peut être obtenu par une chaîne Δ de déterminations successives (voir la figure 1) à partir d'un objet typique :

$x = \Delta (\tau f) = ((\delta g_1) \circ (\delta g_2) \circ \ldots \circ (\delta g_n)) (\tau f)$

La détermination est une opération de base d'un processus cognitif de catégorisation qui a été effacé dans la logique classique. Cette dernière a ramené les opérations de détermination aux opérations de prédication, traitant dans l'analyse logique des langues naturelles, les adjectifs, modificateurs des termes et constitutifs des syntagmes nominaux, comme les verbes intransitifs qui, eux, sont constitutifs des syntagmes verbaux.

On ajoute à ces deux opérateurs de construction, un troisième opérateur qui est utile, voire nécessaire, pour analyser certaines phrases des langues naturelles, comme *une femme est une femme* ou *un triangle est un triangle : il a trois côtés et trois angles* ! ou encore *Napoléon est Napoléon*. L'opérateur, désigné par ε, construit un opérateur prédicatif à partir d'un objet par exemple, l'objet typique associé à un concept. Le type de cet opérateur est donc: **FJ(FJH)**. Ainsi, dans *Napoléon est Napoléon*, les deux occurrences de *Napoléon* n'ont pas le même statut logique : la première occurrence de *Napoléon* est un nom propre, désignant alors l'objet complètement déterminé "Napoléon"; la seconde occurrence de *Napoléon* fait partie de l'opérateur prédicatif *est Napoléon*; l'application de cet opérateur au nom propre a pour but d'attribuer à l'objet "Napoléon" toutes, et rien que, les propriétés qui caractérisent "Napoléon".

Nous pouvons résumer les constructions de ces trois exemples par les arbres applicatifs suivants :

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

$$\frac{\mathbf{F(FJH)J} : \tau \qquad \mathbf{FJH} : \textit{être-homme}}{\mathbf{J} : \textit{un-homme}}$$

$$\frac{\mathbf{F(FJH)(FJJ)} : \delta \qquad \mathbf{FJH} : \textit{être-homme}}{\mathbf{FJJ} : \textit{humain}}$$

$$\frac{\mathbf{FJ(FJH)} : \varepsilon \qquad \mathbf{J} : \textit{Napoléon}}{\mathbf{FJH} : \textit{est Napoléon}}$$

2.5. L'Application d'un concept à un objet

Comme nous l'avons déjà dit, un concept est une entité agissante alors que l'objet est une entité qui subit une action. Un concept f qui s'applique à un objet x est tel que : $f\,x = \mathbf{T}$ (ou "le vrai") ou $f\,x = \perp$ (ou "le faux"). Dans le premier cas, en reprenant les expressions de Frege, que "x tombe sous f"; dans le second cas, "x ne tombe pas sous f". L'introduction dans la LDO d'objets plus ou moins déterminés a pour conséquence la distinction cognitive entre d'un côté, "les objets qui tombent sous un concept" et d'un autre côté, "les objets totalement déterminés qui tombent sous ce concept". Cela nous conduit à distinguer l'étendue d'un concept, en reprenant l'expression de la logique Port-Royal, de l'extension d'un concept (selon la terminologie actuelle). Ainsi, dans la LDO, dans la classe des objets O, nous y distinguons la classe O_{det} des objets totalement déterminés et nous posons pour chaque concept f :

Ext-de f =def $\{x \in O_{det}\,;\ f\,x = \mathbf{T}\} \subseteq \{x \in O\,;\ f\,x = \mathbf{T}\}$ = def Etendue-de f

Etant donné un concept f et un objet x, il faut préciser dans quelles conditions nous mettons : $f\,x = \mathbf{T}$. Nous avons les propositions suivantes :

1. $f\,(\tau\,f) = \mathbf{T}$ [23] ;
2. Si $x \in$ Etendue-de f, alors $f\,x = \mathbf{T}$;
3. Si $x = (\delta\,f)\,(\tau\,g)$, alors $f\,x = \mathbf{T}$.

Introduisons la classe Etendue $\tau\,f$ qui contient tous les objets engendrés à partir de $\tau\,f$, par une chaîne de déterminations :

Etendue $f = \{x \in O$ / $\exists$ *une chaîne de détermination* Δ telle que $x = (\Delta)\,(\tau\,f)\}$.

Puisque chacun des objets de Etendue $\tau\,f$ tombe sous f, il s'ensuit immédiatement que :

Etendue $f \subseteq$ Etendue-de f

[23] Cette assertion est liée à l'axiome A$\tau\delta$6. Cet axiome dit : l'objet typique $\tau\,f$ tombe sous f si et seulement si il existe des objets totalement déterminés engendrés à partir de $\tau\,f$.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

Remarquons que l'inclusion inverse n'a pas lieu. En effet, considérons un objet x, obtenu à partir d'un $\tau\, g$ par la détermination δf, d'où : $x = (\delta f)\,(\tau\, g)$; dans ce cas, on a : $f\, x = \mathbf{T}$, et par conséquent : $x \in$ Etendue-de f, sans pour autant avoir : $x \in$ Etendue f. Pour l'extension, on définit de la même façon :

Ext f = {$x \in O_{det}$ / $\exists$ *une chaîne de détermination* Δ telle *que* $x = (\Delta)\,(\tau\, f)$}

Ext $f \subseteq$ Ext-de f

La notion d'extension d'un concept dans la LDO est semblable à la notion d'extension qu'on trouve chez Frege (1893), dans la Logique de Port-Royal (Pariente 1985), ou dans les théories actuelles du concept (Kamp et Partee 1995)[24]. On dit que c'est l'extension "classique". Par contre, la notion d'étendue est nouvelle. Elle est due à l'introduction dans le dispositif d'analyse logique de l'opération de détermination dans la LDO. Elle représente un changement important de point de vue dans la "conceptualisation" du couple "concept-objet" : entre le concept f et son extension Ext f qui ne contient que les objets totalement déterminés qui tombent sous f, s'introduit, comme classe intermédiaire, l'étendue Etendue f qui est construite à partir de $\tau\, f$ (figure 1).

L'articulation entre l'intension d'un concept, son extension et son étendue de ce concept est représentée par la figure 2.

2.6. Sur la compatibilité entre concepts

Comment formaliser l'idée de compatibilité entre deux concepts ? La notion de compatibilité des concepts a suscité beaucoup de réflexions dans la construction de la LDO. Husserl dans sa *Phénoménologie* parle de compatibilité et d'incompatibilité des concepts. Il propose une division *a priori* des concepts en "concepts possibles (réels)" et "concepts impossibles (imaginaires)"[25] . Les concepts (il parle plutôt de "significations") possibles ont une "possibilité de signification" qui sera *la généralisation du rapport de remplissement dans le cas d'une illustration intuitive objectivement complète*[26]. L'interprétation que nous en donnons devient : un concept possible est un concept auquel correspond au moins un objet déterminé.

Pour la compatibilité de deux concepts nous avons, dans la LDO, *a priori* le choix entre les définitions suivantes (C1), (C2), (C3), (C4), (C5) :

(C1). (Desclés 2004b) Les concepts f et g sont compatibles si et seulement si

$$(\exists x)\ [x \in O, \text{ tel que } f\, x = \mathbf{T} \text{ et } g\, x = \mathbf{T}\ ]$$

[24] Dans ces approches classiques, nous avons : Etendue-de f = Etendue f = Ext-de f = Ext f.
[25] Husserl (1921), *Recherches logique,* Chapitre IV ; Compatibilité et incompatibilité.
[26] Husserl (1921), *Recherches logique,* Chapitre IV ; Compatibilité et incompatibilité, p. 129.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

(C2). (Pascu 2001) Les concepts *f* et *g* sont compatibles si et seulement si
$(\exists x)$ [$x \in$ Etendue *f*, tel que $g\,x = \mathbf{T}$]

(C3). (Pascu 2001) Les concepts *f* et *g* sont compatibles si et seulement si
$(\exists x)$ [$x \in$ Ext *f*, tel que $g\,x = \mathbf{T}$]

(C4). Les concepts *f* et *g* sont compatibles si et seulement si l'objet typique τf (totalement indéterminé) peut être déterminé par *g*, de façon telle que l'objet $(\delta\, g)(\tau\, f)$ appartienne à la classe Etendue *f*.

(C5). (Pascu 2001) Pour chaque concept *f*, une classe Comp *f* de concepts compatibles avec *f* est une donnée.

Nous avons les implications suivantes :

(C2) implique (C1) :
Si $(\exists x)$ [$x \in$ Etendue *f*, tel que $(g\,x) = \mathbf{T}$] alors $(\exists x)$ *[*$x \in O$, tel que : g x = **T**).

(C3) implique (C1) :
Si $(\exists x)$ [$x \in$ Ext *f*, tel que $(g\,x) = \mathbf{T}$] alors $(\exists x)$ [$x \in O$, tel que : $g\,x = \mathbf{T}$].

(C3) implique (C2) :
Si $(\exists x)$ [$x \in$ Ext *f*, tel que $(g\,x) = \mathbf{T}$] alors $(\exists x)$ [$x \in$ Etendue *f*, tel que: g x = **T**]

(C4) implique (C3) :
Si $x = (\delta\, g)(\tau\, f)$ appartient à Etendue *f*, alors $g\,x = \mathbf{T}$.

La condition (C1) exprime le fait que deux concepts sont compatibles lorsqu'ils possèdent un objet plus ou moins déterminé commun, autrement dit, lorsqu'il existe un tel objet tel que ces deux concepts sont deux "propriétés" de cet objet. C'est la définition la plus générale de la compatibilité qui remplit le critère de Husserl. Il s'agit donc de l'affirmation de l'existence d'un objet commun qui exprime un certain rapport entre les deux concepts. Dans le choix d'une définition de la compatibilité, il y a deux aspects auxquels correspondent deux questions :(i) Quelle doit être l'appartenance catégorielle de cet objet par rapport aux deux concepts ; plus précisément, peut-on dire que l'objet *x,* dont on affirme l'existence, « est un *f* » déterminé par *g*, ou « est un *g* » déterminé par *f*, ou encore par un autre concept, disons *h*, déterminé par *f* et *g* ? (ii) Cet objet *x* doit-il être plus ou moins déterminé ou totalement déterminé ?

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

La condition (C1) exprime une définition "globale" dans le sens que la "compatibilité" est définie comme une relation sur la classe des concept de *F*. Les conditions (C2) et (C3) sont plus "locales" dans le sens que la compatibilité est conçue comme étant dépendante du concept *f*. Le choix entre (C2) et (C3) est lié à l'existence d'objets totalement déterminés avec un corrélat empirique nécessaire exprimé par l'axiome *A*τδ6, qui établit la relation suivante : $f\ (\tau f) = \mathbf{T}$ si et seulement si Ext $f \neq \emptyset$. Il s'agit, donc, du choix entre un système qui accepterait des objets comme "carré rond" et un système qui ne l'accepterait pas[27].

La condition (C4) est une définition "locale". Elle peut être utilisée dans un système où l'existence des objets totalement déterminés associés à chaque concept *f* est posée en tant qu' axiome. Elle est liée toujours à l'axiome *A*τδ6 (dans le cas où toujours $f\ (\tau f) = \mathbf{T}$). Mais, dans un tel système on ne rendrait pas compte de la construction des objets par un raisonnement par l'absurde, en particulier dans la démonstration du théorème : "racine de 2 est un nombre irrationnel".

La définition (C5) est une définition "globale", mais d'une certaine façon elle exclut les objets : les concepts compatibles avec un concept donné doivent être d'emblée donnés; cela reviendrait à se donner pour chaque concept *f* la classe Comp *f* de tous les concepts qui sont compatibles avec lui ; autrement dit, on se donne une relation $|\approx\approx$ sur *F* définie par :

g $|\approx\approx$ *f* si et seulement si *g* est compatible avec *f*

Une telle relation n'aurait pas un support ontologique, mais elle serait commode à manipuler dans une implémentation informatique.

Le choix de la définition, et donc, conséquemment, le genre de la LDO choisie, est à faire en rapport aux applications envisagées.

La LDO attribut ajoute aux concepts (catégorisant et non-catégorisant) des *attributs* $\mathcal{A}$., d'où la LDO avec des attributs $\langle\ \boldsymbol{F \cup D\ \cup \mathcal{A}, \tau, \delta, \varepsilon, \rightarrow, O}\ \rangle$.

2.7. La Formalisation de la notion de d'attribut-valeur

La notion *d'attribut-valeur* a été formalisée par Desclés (Descles, Cheong 2006). Si on part d'un ensemble d'objets de O, certains objet *x* de cet ensemble peuvent être caractérisés par un ensemble d'attributs $\underline{A} = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$. Les attributs dépendent du point de vue dont on appréhende cet objet. Il en résulte une première application *A* :

[27] La notion d'existence des objets est un problème en soi dans toute théorie des objets. (Voir sur ce point : Caveing (2004) ; Gardies (2004).

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

$$A : O \longrightarrow 2^{\underline{A}}$$

$$x \longmapsto \underline{A}_x = \{A_1(x), A_2(x), \ldots, A_n(x)\}$$

Un *attribut* $A_i(x)$ associé à l'objet x est une fonction qui prend des valeurs dans un ensemble de valeurs qui dépendent intrinsèquement de cet attribut. Ces valeurs sont nommées *valeurs d'attribut*[28].

Désignons par $Y_x(A_i)$ l'espace des valeurs de l'attribut A_i pour l'objet x, par $v(x)$ une de ses valeurs d'attribut, et par $\underline{Y}_x$ l'ensemble de toutes les valeurs pour les différents attributs assignés à l'objet x :

$$\underline{Y}_x = \cup_i \, Y_x(A_i)$$

Il est évident que l'ensemble des valeurs de l'attribut $Y_x(A_i)$ dépend de x . On peut alors concevoir l'attribution sous la forme d'une fonction qui associe à chaque objet x un espace des valeurs de ses attributs :

$$x \longmapsto Y_x(A_i)$$

Dans une représentation fonctionnelle le schéma pour plusieurs attributs est donné dans la figure 3 ou par projection, pour un seul attribut, dans figure 4. Alors:

$$\mathcal{A} = \cup_{i\,;x} \mathcal{A}_i(x)$$

Prenons un exemple. Par exemple, pour l'expression "*la couleur rouge de la voiture*" : l'objet x est *une voiture*, l'attribut est "*la couleur"* et la valeur d'attribut $v(x)$ est "*rouge "* ; Y_x ={rouge, blanc, bleu,…}. Soit $\mathcal{A}$, l'ensemble des attributs.

Dans une modélisation fonctionnelle standard, (utilisant seulement les propriétés de la théorie des fonctions, sans types) le statut de l'attribut et de sa valeur s'exprime par les relations précédentes soit par la commutativité du diagramme de la figure 5 (f, g et h sont les application de cette figure).

$$f(x) = \underline{A}_x$$

$$g(\underline{A}_x) = \underline{Y}_x \text{ et } g(\underline{A}_x) = (g_1, \ldots, g_n) \text{ telle que } g_i(A_i) = Y_x(A_i)$$

$$h(x) = v_j \in \underline{Y}_x \text{ tel que } \exists A_i \in \underline{A}_x \text{ et } v_j \in g_i(A_i)$$

Jusqu'à présent, nous avons considéré dans la LDO deux catégories de concepts, les concepts catégorisants de F et les concepts non-catégorisants de D. Nous ajoutons maintenant à la classe des concepts $F \cup D$ un classe d'attributs, notée par $\mathcal{A}$.

Chaque objet a un ensemble d'attributs associés. Chaque attribut est un concept, mais un concept un peu "spécial" puisqu'il n'est pas un concept catégorisant et, de plus, il peut prendre plusieurs valeurs.

[28] Nous considérons qu'une valeur d'attribut associée à un objet est constante en temps.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

Prenons comme exemple l'attribut *A = avoir-une-couleur*. Il s'applique à un certain nombre d'objets comme *une-voiture, une-maison, une table....* en donnant comme résultat la valeur de vérité "le vrai" et à d'autres objets comme *une-grammaire, une-théorie, un-article, un-travail* en donnant comme résultat la valeur de vérité "le faux" :

L'attribut *A, en tant que concept* est de type **FJH**. Il détermine un autre opérateur A' dont le type est : **FJ(F(FJH)H)**. Cet opérateur s'applique à un objet *x* de type **J**, pour donner une fonction A'*x*, de type **F(FJH)H** ; cette fonction s'applique à un concept de type **FJH** en rendant une des deux valeurs de vérité :

(avoir-pour-couleur une-voiture) (être-rouge) = **T**

(avoir-pour-couleur une-voiture) (être-rouge) = ⊥

L'attribut est représenté dans la LDO par les deux opérateurs :

Notation	Type	Expression en langue naturelle
A	**FJH**	Avoir-une-couleur
A'	**FJ(F(FJH)H)**	Avoir-pour-couleur

En plus le lien avec la valeur d'attribut *v* est donné, dans la LDO, par les assertions suivantes :

(i) Pour tout attribut *A* et tout objet *x* tels que *A x* = **T**, il existe un concept non-catégorisant *f* tel que (*A' x*) *(f)* = **T**.

(ii) Pour tout concept non-catégorisant *f* tel que *f x* = **T**, il existe un attribut *A* tel que

A x = **T** et (*A' x*) *(f)* = **T** .

Ces deux relations (i) et (ii) expriment la condition nécessaire et suffisante qu'un attribut *A* soit l'attribut d'un objet *x* par rapport à un concept non-catégorisant *f*. La condition exprime le fait suivant : si un attribut *A* est attribut d'un objet *x*, alors il existe un concept valeur d'attribut (non catégorisant) *f* tel que la fonction (*A' x*) canoniquement associée à *A* s'applique au concept *f*. La condition exprime l'inverse : pour tout concept non-catégorisant *f* (vu comme valeur d'attribut) et pour tout objet *x* auquel il s'applique, il existe un attribut *A* de cet objet, tel que la fonction (*A' x*) s'applique au concept *f*. [29]

Remarque : Les valeurs d'attributs sont des concepts particuliers qui ne construisent pas des catégories. Les catégories des " rouges " ou des " grands " n'ont pas d'existence propre ; de même, les objets typiques τ(être-rouge) et τ(être-grand) n'ont guère de sens. Ces concepts sont relatifs et réclament pour être utilisés des supports qui vont fixer les espaces des valeurs.

[29] Dans un système applicatif avec des combinateurs, le lien entre (*A, A'*) et *f* est donné par l'expression applicative suivante : **C*** *f A'* ≡ **B** ∧ *f A* , où **C***, **B** sont deux combinateurs de Curry, et ∧ est le connecteur de conjonction.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

Exemple : Soit l'attribut *A = avoir-une-couleur,* l'objet *x = une-voiture* et le concept non catégorisant *f = être-rouge.* Si l'objet *une-voiture* a, comme attribut, "avoir-une-couleur », alors la fonction (*avoir-pour-couleur, une-voiture*) appliquée au concept "être-rouge" rend comme valeur une valeur de vérité, par exemple :

(avoir-pour-couleur, une-voiture) (être-rouge*)* = **T**

2.8. L'Application de l'opérateur de détermination δ à un concept catégorisant et à un concept non-catégorisant

Prenons comme exemple les concepts et les attributs suivants : g = « être-homme » ; f = "être-président » ; f' = "être-grand » ; A_1 = "avoir-une-taille » ; A_2 = "avoir-une-carrière » ; A_1' = "avoir-pour-taille" ; A_2' = "avoir-pour-carrière ». Les expressions suivantes qui représentent différents syntagmes nominaux sont :

(δ f)(τ g) représente *un-homme qui est président.*

(δ f')(τ g) = (A₁'(τ g)) f' représente *un-homme-grand de grande taille.*

(δ f')(τ g) = (A₂'(τ g) f' représente *un-grand-homme* (par exemple, important dans la société).

Pour un concept catégorisant *f* (*f* ∈ *F*), l'opérateur δ s'applique directement au concept *f*. Il construit simplement une information qualitative venant de ce concept. Dans le cas d'un concept non-catégorisant *f* '(*f* ' ∈ *D*), l'opérateur δ s'applique par le biais d'un attribut. Dans ce cas, c'est l'information du couple *(A', f')* qui, avec δ, constitue l'information apportée par la détermination. La détermination δ *f'*, associée au concept non-catégorisant, *f'* exprime en fait la sélection d'un certain attribut *A* tel que (*A x) f'* = **T**. Par exemple, pour le concept non-catégorisant *être-rouge*, la détermination qui lui est associée introduit l'attribut *avoir-une-couleur* ; pour le concept *être-de-1,58 cm,* l'attribut introduit est *avoir-une-taille*

Pour résumer, dans la LDO avec des attributs, il y a donc :

– Les concepts catégorisants *(*exemples : *être-homme, être-animal ...)* de *F* ; ces concepts sont du type FJH ; pour chaque concept *f,* il existe un objet typiques τ *f* qui le représente, en tant qu'objet indéterminé (exemples : *un-homme, un-animal* …) ;

– Les concepts non-catégorisants (exemples : *être-rouge, être-grand*...) de *D* ; ces concepts sont également du type FJH ; pour chacun de ces concepts il n'existe pas un objet typique qui le représenterait en tant qu'objet indéterminé (exemples : *un-rouge, un-grand* … n'ont pas grande signification) ; en revanche, pour les concepts *être-rouge, être-grand*, on peut avoir *une-couleur-rouge, une-grande-taille* qui sont construits indirectement à l'aide des attributs *avoir-une-couleur* et *avoir-une-longueur*.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

3. LA LDO COMME THEORIE DE LA TYPICALITE

La LDO considérée comme une approche de la typicalité est définie par les données de $\langle F \cup D \cup \mathcal{A}, \tau, \delta, \varepsilon, \rightarrow, O \rangle$. Nous considérons un sous-ensemble de concepts dits "essentiels" parmi les concepts de l'intension. Un concept *g* est "essentiel" dans l'intension d'un concept *f* lorsqu'il est nécessairement "compris" dans la "compréhension" de *f*. Par exemple, si *f* est le concept *être-homme* et *g* le concept *être-doué-de-raison*, alors on ne peut pas avoir *f* sans avoir nécessairement *g*. Le concept *g* est donc une propriété "nécessaire à f". La relation établie entre *f* et *g* est alors notée par :

$f \mid\!\!- g$

qui se lit : "le concept *g* est une "propriété nécessaire" du concept *f*".

L'ensemble de tous les concepts "essentiels" d'un concept *f* s'appelle son *essence* et est noté par Ess*f*. :

$\text{Ess}f = \{g \in F ; f \mid\!\!- g \} \subseteq \text{Int}\, f$

L'essence est la partie "essentielle" de l'intension : lorsqu'on enlève un concept *g* de l'essence d'un concept *f*, on obtient alors un concept différent de *f*[30]. Les concepts de l'intension du concept *f* s'appliquent seulement aux instances et exemplaires considérées comme typiques ; en revanche, les concepts de l'essence s'appliquent avec la valeur de vérité "le vrai" à tous les objets qui tombent sous *f*, qu'ils soient des instances typiques ou atypiques. Cependant, les concepts "essentiels" ne sont pas en général connus et complètement identifiables dans l'intension d'un concept puisque cette connaissance est plus globale et statique. Or, les informations exprimées par des énoncés sont souvent des connaissances locales et, parfois même, relatives à une communauté particulière, voire spécifique à une seule personne. Souvent, les connaissances sont dynamiques et variables avec le temps ou d'autres conditions contextuelles. L'intension d'un concept est souvent beaucoup plus stabilisable que les rapports entre l'intension et l'essence de ce concept. La partie essentielle d'un concept est souvent découverte progressivement par l'examen différentiel d'un réseau de concepts et des instances auxquelles il s'applique. Cet examen conduit souvent à remettre en cause la différence entre essence et intension, par exemple en faisant "sortir un concept" de l'intension, car considéré comme étant moins essentiel qu'il pouvait paraître auparavant, ou au contraire à faire entrer un nouveau concept de l'intension dans l'essence. C'est la distinction entre "concepts essentiels" et "concepts non-essentiels" de l'intension qui permet de caractériser l'*objet typique* associé au concept[31] et les instances

[30] On retrouve ici la fameuse définition de l'intension (ou « compréhension ») donnée dans la Logique de Port Royal qui fonctionne avec les concepts essentiels ; c'est une des raisons qui ne lui a pas permis, comme dans toute la logique classique (logique médiévale et logique frégéenne), de concevoir et de formaliser les propriétés non essentielles hérités par toutes les instances typiques d'un concept et les propriétés essentielles héritées par toutes les instances d'un concept.

[31] Il faut bien entendu distingue l'objet typique τf qui est canoniquement associé à un concept *f* des objets typiques ou instances typiques du concept *f*.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

typiques qui en dérivent. Un objet *x* est un objet typique du concept *f* s'il tombe sous *tous les concepts de l'intension* de *f*. Remarquons bien que cette contrainte ne suffit pas pour qu'un *x* soit typique. En effet, "une-autruche" n'est pas un oiseau typique, puisque, comme cela est bien connu, elle ne vole pas, mais "une-autruche-qui-vole" reste atypique parmi les oiseaux alors qu'elle tombe, en tant qu'objet, sous tous les concepts de l'intension du concept "être-oiseau", alors qu'elle est atypique parmi les autruches. Donnons les définitions des objets atypiques et typiques :

Définition 1 Un objet $x \in O$ est un objet atypique ou une instance atypique du concept *f* si et seulement si *x* est dans Etendue *f* et :

$$(\exists\, g)\ [\, g \in \text{Int f} - \text{Ess}\, f\ ;\ g\, x = \bot\,]$$

Définition 2 Un objet x ∈ O est un objet typique du concept f si *x* est dans Etendue *f* et s'il n'est pas un objet atypique, ce qui implique que nécessairement *x* doit tomber sous tout les concepts de l'intension de f.

Définition 3 (du prédicat typf) : typf (x) = ⊤ si et seulement si x est un objet typique dans Etendue *f* ; typf (x) = ⊥ si et seulement si x est un objet atypique dans Etendue *f*.

Exemples :

Soit *f* = "être-homme" et *x* = "un-unijambiste" . L'objet *x* est un objet atypique du concept *f* parce qu'il existe $g \in$ Int *f* - Ess *f* où g = "avoir-deux-jambes" avec g x = ⊥.

Soit *f* = "être-oiseau" et *x* = "une-autruche" . L'objet *x* est un objet atypique du concept *f* parce qu'il existe $g \in$ Int *f* - Ess *f*, où g = "capable de voler" avec g x = ⊥.

Soit *f* = "être-quaker" et *x* = "Nixon" . L'objet *x* est un objet atypique du concept *f* parce qu'il existe $g \in$ Int *f* -Ess *f*, où *g* = "être-pacifiste" avec g x = ⊥.

Dans la LDO, les objets de Etendue *f* sont *typiques* ou *atypiques.* Nous avons spécifié les règles qui permettent de reconnaître si une instance de Etendue *f*, est typique ou atypique. Ces règles ne font pas partie du présent exsposé qui veut présenter les problèmes qui motient la construction de la LDO.

3.1. L'Intension et l'essence d'un concept

On considère que l'objet τf est un élément d'Etendue *f*, soit *x* un objet d'Etendue *f*. A propos de cet élément *x*, on peut considérer trois cas lorsqu'on introduit une détermination apportée par un concept *g* (Descles 2004b) :

1. Soit $g \in$ Int *f*, dans ce cas : $(\delta\, g)(x) = x$, ce qui signifie que l'opérateur δg est un point fixe pour *x* : il n'apporte aucune information supplémentaire. Il est cependant clair que l'objet $x = (\delta\, g)(\tau f)$ hérite du concept *g* qui est dans l'intension Int *f*.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

2. Soit $g \notin$ Int f **et** $N_1 g \notin$ Int f[32], dans ce cas : *g est compatible avec f* (dans le sens de la définition C1) et il existe un objet y tel que $y = (\delta\, g)(x)$; y est un objet typique de f lorsque x est typique et y est un objet atypique de f lorsque x est atypique.

3. Soit $g \notin$ Int f **mais** $\exists h = N_1 g \in$ Int f alors *g est incompatible avec f* (dans le sens de la définition C1) et il existe un objet y tel que $y = (\delta\, g)(x)$ tel que :

(a) si $h \notin$ Ess f, alors $y = (\delta\, g)\,(x)$ est un *objet atypique* de f ;

(b) si $h \in$ Ess f, alors $y = (\delta\, g)(x)$ *n'est plus un objet* d'Etendue f.

Les exemples suivants illustrent les trois cas ci-dessus:

Exemples :

– Soit f = "être-figure-géométrique" ; g = "avoir-3-côtés"; x = "une-figure-géométrique-avec un angle-droit" ; alors il existe un objet $y = (\delta g)(x)$ qui représente l'objet "une-figure-géométrique-avec-un-angle-droit-et-avec-3-côtés" qui est identifié à "un triangle rectangle".

– Soit f = "être-homme"; g = "avoir-2-jambes" ; x = "un-homme-blond" considéré comme une instance d'un homme typique qualifié par la détermination "être blond".. Alors, l'objet $y = (\delta g)(x)$ représente "un-homme-blond-à-deux-jambes" qui est un homme typique, puisque N_1("avoir-2-jambes") n'est pas dans l'intension d'"être-homme".

– Soit f = être-homme ; g = avoir-une-jambe ; x = un-homme-blond. Alors l'objet $y = ((\delta\, g)\, x)$ représente "un-homme-blond-à-une-jambe", c'est-à-dire "un-unijambiste-blond", qui est un homme atypique.

– Soit f = "être-homme" ; g = "ne-possède-pas-un-cœur-à-gauche" ; x = "un-homme-blond". Alors h = "possède-un-cœur-à-gauche" = $N_1 g$ = N_1("ne-possède-pas-un-cœur-à-gauche") $\in$ Int f ; on en déduit que l'objet $y = (\delta g)(x)$ représente "un-homme-blond-qui-ne-possède-pas-un cœur-à-gauche". Si le concept h ne fait pas partie de Ess f mais seulement de Int f, alors l'objet y est considéré comme atypique parmi les hommes mais si, en revanche, h est un concept constitutif de l'intension Int f, alors l'objet y, s'il existe par ailleurs, sort de la catégorie des humains et n'appartient plus à Etendue f.

Ces trois cas expriment une synthèse du rapport entre l'essence et l'intension d'un concept ils servent à décrire les phénomènes qui relèvent de la théorie de la typicalité formalisés par la LDO. La typicalité est définie en utilisant comme les relations entre l'intension et l'essence : les objets typiques, plus ou moins déterminés ou complètement déterminés, héritent de tous les concepts de l'intension et donc, en particulier de ceux de l'essence. On peut encore dire que la typicalité d'un objet x est appréhendée par rapport à l'objet typique τf par une certaine détermination dont toutes les composantes sont compatibles avec tous les

[32] N_1 est un opérateur de négation d'un concept, défini dans le cadre de la logique combinatoire à l'aide du combinateur **B**, par N_1 =def **B**N_0 tel que pour chaque concept g, on a : $(N_1)g(x) = (\mathbf{B}N_0 g)(x) = N_0(gx)$, où N_0 est la négation propositionnelle. On suppose, comme pour la négation classique que N_1 composée avec elle-même est identique à l'identité.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

concepts de l'intension. Cette approche formelle est différente des autres approches de la typicalité par d'autres théories, par exemple les théories des concepts flous ou autres (Osherson 1981, Kampet Partee 1995).

3.2. Intension, essence, compatibilité

Dans la LDO un concept est un opérateur qui est conçu comme élément d'un réseau. Il est dans un rapport étroit avec trois notions associées, l'essence, l'intension et les concepts compatibles. Les concepts essentiels d'un concept donné forment une classe nécessaire, minimale qui construit le concept. Les concepts de l'intension sont les concepts qui caractérisent, par héritage, tous les objets typiques qui sont les instances du concept. Les concepts compatibles avec les concepts de l'intension participent à des déterminations qui construisent des nouveaux objets, à partir d'un objet, typique ou non, de l'étendue et ces objets héritent de la propriété de typicalité ou d' atypicalité. Les concepts qui sont incompatibles avec les concepts de l'intension engendrent, par le biais d'opérations de détermination, de nouveaux objets ces derniers sont atypiques dans l'étendue ou bien sont extérieurs, s'ils existent, à l'étendue.

Dans ce que l'on pourrait appeler la « cognition commune » (c'est-à-dire celle qui transcende les domaines spécialisés), il y a plusieurs étapes qui aboutissent à la construction d'un concept : (i) on appréhende des objets qu'ils soient complètement déterminés (par exemple des objets empiriques désignés par des gestes déictiques) ou plus ou moins déterminés car associés à des regroupements d'objets semblables, qui correspondent d'une certaine façon à ce concept : tombent-ils sous le concept ? font-ils partie de l'étendue ? (ii) on analyse leurs propriétés : sont-ils des représentants typiques ou des représentants atypiques ? (iii) on construit par un processus d'abstraction l'objet typique puis (iv) finalement on tente de préciser l'intension et de délimiter l'essence du concept.

Remarque : En mathématiques, le processus peut paraître inversé (surtout dans une présentation dans un manuel d'une théorie achevée) : on crée un concept (par exemple le concept " être rationnel ") en précisant un faisceau de propriétés associées (son essence) (par exemple " être exprimable sous la forme d'un rapport entre deux entiers ") ; on essaie de construire (éventuellement par un algorithme) tous les objets totalement déterminés qui lui correspondent (les objets qui existent par construction algorithmique[33]) ; on peut se rendre compte, parfois, que certains objets construits n'ont pas d'existence dans le cadre déjà défini (leur construction sous les contraintes imposées s'avère impossible ou l'objet construit possède des

[33] Dans certains cas, on peut démontrer qu'un objet mathématique existe sans que l'on ait pu, par ailleurs, exhiber une procédure algorithmique de construction, ou dans un cas plus favorable, un algorithme polynomial.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

propriétés contradictoires) ; cette dernière partie conduit à réexaminer le cadre initial en l'élargissant (par exemple par complétion[34]).

4. LA LDO INSERÉE DANS LA LOGIQUE COMBINATOIRE

Dans la LDO, définie par la donnée $\langle F \cup \Delta \cup \mathcal{A}, \tau, \delta, \varepsilon, \rightarrow, C, OP, O\rangle$, il y a deux ensembles d'opérateurs : l'ensembles *OP* des opérateurs « illatifs » et l'ensemble *LDO-OP* des opérateurs spécifiques à la LDO. Les opérateurs classiques de *OP* sont les opérateurs illatifs (connecteurs, négations, quantificateurs) qui correspondent dans la présentation de la logique classique aux constantes logiques (Curry et Feys 1958). Ces opérateurs modélisent, dans le cadre de la LDO, la partie du calcul propositionnel et du calcul des prédicats, de la logique classique. C'est la partie inférentielle de la LDO.

Les opérateurs spécifiques de *LDO-OP* sont : τ, δ, ε et les quantificateurs $\prod^{**}$ et $\sum^{**}$ ainsi que les quantificateurs « star » $\prod^{*}$ et $\sum^{*}$. Ces opérateurs formalisent différentes relations entre les concepts et les objets. La LDO combinatoire est la LDO obtenue en ajoutant les opérateurs illatifs *OP* et les combinateurs (conçus, rappelons-le, comme des opérateurs de composition intrinsèque) de Curry (Curry, Feys (1958).

4.1. La LDO avec des opérateurs illatifs de quantification

Dans la LDO avec la quantification définie par $\langle F \cup \Delta \cup \mathcal{A}, \tau, \delta, \varepsilon, \rightarrow, C, OP, \prod, \sum, O\rangle$, on ajoute à la LDO insérée dans la Logique combinatoire, les quantificateurs illatifs $\prod$ et $\sum$, c'est-à-dire une présentation des quantificateurs classiques insérés[35] dans le cadre général de la logique combinatoire, qui fonctionne, rappelons-le, sans faire appel à des variables liées. Cette nouvelle version de la LDO est donc la « version objet » du calcul des prédicats de la logique classique.

4.2. La LDO et la quantification objet avec les quantificateurs star

Dans la LDO avec les quantificateurs star définie par la données de $\langle F \cup \Delta \cup \mathcal{A}, \tau, \delta, \varepsilon, \rightarrow, C, OP, \prod, \sum, \prod^{*}, \sum^{*}, O\rangle$, on est amené à reprendre le problème de la quantification. En effet, la quantification simple a été définie par G. Frege (dans

[34] Comme dans la complétion des corps en algèbre.

[35] L'opérateur de quantification existentielle est désigné par $\mathbf{\Sigma}$; l'opérateur de quantification universelle est désigné par $\mathbf{\Pi}$; f et g étant deux concepts, $\mathbf{\Sigma}$fg représente ce que nous notons plus classiquement $(\exists x)\ [\ f(x) \wedge g(x)\ ]$, $\mathbf{\Pi}$fg représente ce que nous notons plus classiquement $(\forall x)\ [f(x) \Rightarrow g(x)]$.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

ses *Grundgesetze der Arithmetik*, 1893) comme un opérateur qui s'applique sur un prédicat – considéré alors comme un opérande – pour construire une proposition. Il est alors facile de montrer, à la suite de Curry avec ce qu'il a appelé la "logique illative ", que la notion même de "variable liée " n'est pas nécessaire pour formuler la quantification simple (comme dans *tous sont mortels*) ou la quantification restreinte (comme dans *tous les hommes sont mortels*), contrairement à ce que laisseraient entendre certaines présentations trop élémentaires des manuels de logique. La quantification trouve avec la Logique Combinatoire des extensions nouvelles sous la forme de familles de quantificateurs : les uns (Curry, Feys 1958) sont les "quantificateurs illatifs" de Curry, qui présentent, dans le cadre de la Logique Combinatoire, les quantificateurs « classiques » de Frege, sans faire appel pour leur formulation à des variables liées ; les autres quantificateurs (Desclés 1999, Desclés, Gunetcheva 1998), appelés "quantificateurs star", sont des opérateurs qui construisent des termes qui dénotent des objets, plus ou moins indéterminés, qui fonctionnent, dans chaque opération de prédication, comme des opérandes des prédicats.

En d'autres termes, alors que dans l'approche frégéenne de la quantification, les termes quantifiés (par exemple des syntagmes quantifiés) opèrent sur les prédicats (par exemple les verbes de la phrase), dans l'approche avec des quantificateurs star, les termes quantifiés sont des opérandes des prédicats. Remarquons que les quantificateurs frégéens et les quantificateurs star ne sont pas indépendants. En effet, en faisant appel aux combinateurs de la Logique Combinatoire, on montre que les quantificateurs frégéens sont des opérateurs dérivés, par des β-expansions, des quantificateurs stars (et non l'inverse), ces derniers apparaissant ainsi à un niveau plus fondamental que les quantificateurs classiques.

On remarquera que dans la plupart des modèles syntaxiques des langues naturelles, entre autres dans les analyses structurales et génératives ou dans une analyse en termes de dépendance – héritée des stemmas de Tesnière – le traitement formel de la quantification des syntagmes nominaux considère les quantificateurs comme des "déterminants nominaux" du même type syntaxique que les articles ou les adjectifs – fixant une dénotation, ou "extenséité" pour reprendre une expression de M. Wilmet, plus ou moins large, ou plus ou moins particulière.

Ainsi, dans le modèle de R. Montague (1974b), il faut procéder, dans un premier temps, à une "traduction" des analyses syntaxiques présentées en termes de constituants, où les quantificateurs sont des déterminants, vers des représentations logiques, où leds qunatificateurs sont des opérateurs qui opèrent sur des prédicats, de façon à retrouver les quantificateurs frégéens classiques (exprimés avec des variables liées) ; ce processus de traduction paraît plus ou moins artificiel et laisse apparaître, en tout cas, une certaine forme d'inadéquation entre « l'analyse logique » de la quantification et « l'analyse linguistique » – qui, remarquons le, ne recourt pas à des variables liées -.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

De nombreuses études de linguistique formelle (par exemple celle de B. Partee ou, pour d'autres raisons, celle de F. Sommers) ont critiqué l'approche de la quantification de « la logique classique » pour lui substituer une autre approche qui serait plus en adéquation avec les analyses des systèmes sémiotiques des langues naturelles. Dans les analyses linguistiques de nombreux modèles, par exemple, chez des linguistes comme G. Guillaume ou L. Tesnière ou encore, de façon plus contemporaine, dans les études sur la détermination nominale de M. Wilmet, les quantificateurs sont traités comme des déterminants, aussi bien du point de vue syntaxique que sémantique. De même, chez la plupart des logiciens antérieurs à Frege, qui restent assez proches des analyses linguistiques, par exemple dans la Logique de Port-Royal, la quantification serait plutôt conçue et formalisée comme une opération qui opérerait sur des termes nominaux, de façon à en préciser "l'extenséité". Ainsi, le logicien F. Sommers a proposé une formalisation de la quantification aristotélicienne qui paraît plus proche de la quantification opérée par les systèmes sémiotiques des langues naturelles que de celle qui est présentée par la logique.

Les quantificateurs star, qui sont introduits dans la LDO, donnent de nouveaux outils de représentation pour l'analyse des langues naturelles, en particulier pour la représentation d'énoncés comme *"un alsacien boit de la bière"*, énoncé qui ne peut pas être analysé par la quantification universelle classique ((∀x) [être-alsacien(x) => boit-de-la-bière(x)]) puisque cet énoncé ne signifie évidemment pas que "n'importe quel alsacien boit de la bière" mais seulement que "les alsaciens typiques boivent certainement de la bière". L'introduction des quantificateurs star dans le champ de la logique conduit à une formalisation d'une quantification qui doit être restreinte aux "représentants typiques" et non plus seulement aux "représentants quelconques". Il est alors devenu possible de généraliser le "carré d'Aristote" en reliant, dans un "cube", les quantifications classiques et les quantifications restreintes aux représentants typiques (Desclés 2004c). A l'intérieur de la LDO, il est également possible de reprendre également les analyses linguistiques et logiques des "donkey sentences" (avec des exemples comme *"Dès que Pedro possède un âne, il le bat"* opposé à *"Dès que Pedro possède un âne, Marie est heureuse"*) pour lesquelles il a été montré que l'analyse logique classique ne conduisait pas à une représentation unifiée du syntagme indéfini *un âne* dans ces deux contextes; l'utilisation des combinateurs pour la formation de "prédicats complexes" permet d'en donner des solutions élégantes et généralisables (Desclés 1997d), différentes de celles qui ont été proposées dans la littérature (Groenendijk, Stokhof 1981, Ranta 1994).

La LDO avec l'introduction des quantificateurs star, destinés à modéliser la quantification restreinte aux objets typiques, contient un système plus complexe de quantificateurs différents $\prod$, Σ, $\prod^*$, Σ^* mais non deux objets particuliers indépendants, associés à un concept f et construits à partir de l'objet typique τf. Les deux objets sont « l'objet quelconque », désigné par $\prod^{**}(\tau f)$ et « l'objet indéterminé », désigné par $\Sigma^{**}(\tau f)$.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

L'opérateur ∏** est un constructeur de *l'objet quelconque*, il s'applique à l'objet typique τf, en construisant « l'objet quelconque (typique)» qui est un générateur de tous les objets typiques qui tombe sous f (voir la figure 6). Le type de ∏** est **FJJ** . En prenant pour exemple le concept « être-homme », nous avons :

$$\frac{\textbf{FJJ} : \prod^{**} \qquad \textbf{J} : \textit{un-homme}}{\textbf{J} : \textit{un-homme-quelconque (typique)}}$$

L'objet quelconque $\prod^{**}(\tau f)$ est différent de l'objet typique τf, pour la raison suivante : l'objet typique τf est un générateur potentiel de tous les objets typiques et atypiques dans l'étendue de f mais également, par certaines déterminations, d'objets qui sortent de l'étendue f ; l'objet $\prod^{**}(\tau f)$ est un générateur potentiel de tous les objets typiques dans l'étendue de f. L'opérateur ∏** peut être vu comme équivalent à l'opérateur de détermination δ *typ*, apportée par le concept « être-typique », noté typ, soit $\prod^{**}(\tau f) = (\delta\ typ)\ (\tau f)$.

L'opérateur ∑** est un constructeur de *l'objet indéterminé* ; il s'applique à l'objet typique τf associé à un concept, en construisant « l'objet indéterminé » $\sum^{**}(\tau f)$ (voir la figure 7) ; cet objet est générateur de tous les objets indéterminés, typiques ou atypiques, qui tombent sous f . Le type de cet opérateur constructeur ∑**est **FJJ** . Prenons un exemple :

$$\frac{\textbf{FJJ} : \sum^{**} \qquad \textbf{J} : \textit{un-homme}}{\textbf{J} : \textit{un-homme-indéterminé (typique ou atypique)}}$$

Si la construction de l'objet quelconque $\prod^{**}(\tau\ f)$ est toujours possible formellement, l'existence de l'objet indéterminé est liée à l'axiome $A\tau\delta 6$; elle représente une garantie que Ext f n'est pas vide. Cette idée s'exprime par le fait qu'on a toujours les propositions :

$f(\sum^{**}(\tau f)) = \mathbf{T}$

$f(\prod^{**}(\tau f)) = \mathbf{T}$ si et seulement si Ext $f \neq \varnothing$

Ces deux derniers opérateurs sont des opérateurs qui s'appliquent à des objets.

4.3. Règles d'introduction et d'élimination ders quantificateurs star

Dans la quantification star, il y a quatre quantificateurs : ∏, ∏*, ∑ et ∑*.

L'expression ∏fg représente la proposition « tout f est g ». Les règles d'introduction et d'élimination sont les suivantes:

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

$$\begin{array}{l} \left|\begin{array}{l} x \\ \quad \left|\begin{array}{l} (f\,x) \\ \cdots \end{array}\right. \\ \\ \quad (g\,x) \end{array}\right. \\ \prod f\,g \end{array} \qquad [\text{i-}\prod]$$

$$\frac{\prod f\,g, \qquad (f\,x)}{(g\,x)} \qquad [\text{e-}\prod]$$

L'expression g(∏*f) représente « tout *f* typique est *g* ». Ses règles d'introduction et d'élimination sont les suivantes :

$$\begin{array}{l} \left|\begin{array}{l} x = \prod^{**}(\tau f) \\ \quad \left|\begin{array}{l} (f\,x) \\ \cdots \end{array}\right. \\ \\ \quad (g\,x) \end{array}\right. \\ g\,(\prod^{*} f) \end{array} \qquad [\text{i-}\prod^{*}]$$

$$\frac{g\,(\prod^{*} f), \quad f\,x}{(x = \prod^{**}(\tau f)) \wedge (g\,x)} \qquad [\text{e-}\prod^{*}]$$

La règle d'introduction précédente [i-∏*] exprime que si *x* est un objet typique engendré à partir de τ*f* (donc, *x* est l'objet quelconque) et si de (*fx*) on infère (*gx*), alors on a : *g* (∏**f*). La règle d'élimination précédente [e-∏*] exprime que si *g*(∏**f*) et (*fx*), alors *x* est un objet typique engendré à partir de τ *f* (donc, à partir de l'objet quelconque) et on a (*gx*).

L'expression *g*(∑**f*) représente la proposition « Il existe un *f* qui est *g*. ». La règle d'introduction de ∑* est :

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

$$\frac{f(\Sigma^{**}(\tau f)) \ \wedge \ g(\Sigma^{**}(\tau f))}{g(\Sigma^{*} f)} \qquad [\text{i-}\Sigma^{*}]$$

Cette règle exprime le fait : s'il existe un objet indéterminé $\Sigma^{**}(\tau f)$ (engendré à partir de τf) qui tombe sous g, alors on a : $g(\Sigma^{*} f)$.

La règle d'élimination de Σ^{*} est :

$$\frac{g(\Sigma^{*} f), \ f(\Sigma^{**}(\tau f)) \mid\!\!- \mathrm{B}, \ (g(\Sigma^{**}(\tau f))) \mid\!\!- \mathrm{B}}{\mathrm{B}} \qquad [\text{e-}\Sigma^{*}]$$

Cette règle exprime le fait que si on a $g(\Sigma^{*} f)$ (donc, il existe un objet indéterminé qui tombe sous f et g) et si de l'objet indéterminé $\Sigma^{**}(\tau f)$ on peut déduire une proposition B qui ne dépend d'aucun objet qui tombe sous f, alors on a cette proposition B.

L'expression Σfg représente la proposition « il existe un f typique qui est g ». Les règles d'introduction et d'élimination associées au quantificateur existentiel Σ (l'objet a est un objet typique, donc obtenu à partir de l'objet quelconque) sont les suivantes :

$$\frac{a = (\Delta \prod^{**}(\tau f)), \quad (\mathrm{f\ a}) \wedge (\mathrm{g\ a})}{\Sigma f g} \qquad [\text{i-}\Sigma]$$

$$\frac{\Sigma f g, \qquad f a \mid\!\!- \mathrm{B}, \quad g a \mid\!\!- \mathrm{B}}{\mathrm{B} \wedge (a = (\Delta \prod^{**}(\tau f)))} \qquad [\text{e-}\Sigma]$$

Le système de quantification star contient les deux quantificateurs illatifs $\prod$ et Σ de Curry ainsi que les deux quantificateurs star $\prod^{*}$ et Σ^{*}. Notons par Q, l'un des quantificateurs illatifs $\prod$ ou Σ et par Q^{*} l'un des quantificateurs star $\prod^{*}$ ou Σ^{*}. Alors, la β-réduction par laquelle on obtient Q à partir de Q^{*} est donée par Desclés (Desclés, Guenthéva 1998)[36]. Les quantificateurs illatifs restreints Q sont des opérateurs qui s'appliquent à deux concepts f et g. En revanche, les

[36] **C*** et **B** sont les combinateurs de Curry dont les règles d'élimination sont respectivement : **C*** XY ->β YX ; **B**XYZ ->β X(YZ). Nous obtenons la β-réduction suivante :

	1.	$g(Q^{*} f)$	
	2.	$\mathbf{C}^{*}(Q^{*} f)\, g$	[i-**C***]
	3.	$\mathbf{B}\, \mathbf{C}^{*}\, Q^{*} f g$	[i-**B**]
4	[$Q = \mathbf{B}\, \mathbf{C}^{*}\, Q^{*}$]		def. Q
	5.	Q fg	rempl. 4, 3.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

quantificateurs star Q^* s'appliquent à un seul concept. Cette idée recouvre l'analyse de la linguistique dans laquelle un quantificateur star Q^* s'applique au syntagme nominal. Par le biais de la β-réduction, réalisée à l'aide de combinateurs, nous obtenons une relation entre Q^* et Q, soit respectivement (**B** et **C*** étant des combinateurs de la Logique Combinatoire) :

$$[\ \prod = \mathbf{B}\ \mathbf{C}^* \prod^*\ ] \qquad \text{et} \quad [\ \sum = \mathbf{B}\ \mathbf{C}^*\ \sum^*\ ].$$

En ce qui concerne la typicalité, il y a une asymétrie dans les définitions des quantificateurs puisque pour la quantification universelle c'est le quantificateur star $\prod^*$ qui agit uniquement sur les objets typiques ; pour la quantification existentielle, c'est le quantificateur existentiel illatif $\sum$ qui agit uniquement sur les objets typiques. Ce choix est dû au fait que l'existence d'un objet doit se prouver, généralement, par un procédé constructif qui a comme résultat (lorsque la construction aboutit) un objet typique qui existe. Les deux implications suivantes sont des implications sémantiques. On les prouve avec les règles d'introduction et d'élimination de $\prod^*$ et de $\sum^*$ (Pascu 2001) *:*

$$\prod f\, g \mid\!\!- \ g\,(\prod^* f) \quad \text{et} \quad \sum f\, g \mid\!\!- \ g\,(\sum^* f)$$

c'est-à-dire, respectivement : si «tout *f* est *g* », alors *a fortiori* « tout *f typique* est *g* » ; si « il existe un *f typique* qui est *g* », alors *a fortiori* « il existe un *f* qui est *g* ».

5. RÈGLES ET AXIOMES

Dans la LDO il y a un système de règles et un systèmes d'axiomes. Les règles de la LDO sont classifiées en deux grandes classes : (i) la partie des règles qui correspondent aux règles de la logique classique dans sa présentation par la déduction naturelle. ; (ii) la partie des règles propres à la LDO. La deuxième classe de ces règles gère l'héritage par typicalité ou atypicalité et la construction des objets ainsi que l'action des quantificateurs.

Les axiomes de la LDO sont des axiomes qui expriment des propriétés de départ, imposées aux opérateurs propres à la LDO ou imposées de façon à réaliser un lien entre la construction des objets et les inférences effectuées entre les objets. Nous ne développons ici ces axiomes et règles, que nous présenterons dans un autre article.

6. CONCLUSIONS

La Logique de la Détermination d'Objets articule les notions de concept et d'objet, deux notions fondamentales en philosophie de la science, en philosophie du langage et en sciences cognitives. Elle présente un nouveau paradigme du

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

couple concept-objet en définissant, en organisant et en manipulant à la fois les objets et les concepts. De ce fait, la LDO apparaît comme « une logique non-classique » (en restreignant « classique » à la logique issue directement des travaux de Frege et de Russel). Cependant, elle ne s'est pas développée par la remise en cause d'une de des lois classiques (comme l'ont entreprise la logique intuitionniste, ou les logiques paraconsistantes), mais dans le cadre des systèmes applicatifs dont l'opération la plus primitive est l'application d'un opérateur à un opérande.

On peut considérer que la LDO comprend deux parties : une partie inférentielle, avec des concepts ; la partie constructiviste, avec des objets. Sa *superstructure* (avec la structuration des raisonnements) développe un système d'opérateurs de différents types en raisonnant sur des objets. Son *infrastructure* (avec la construction[37] des objets du raisonnement) représente une modélisation de certaines significations véhiculées par la détermination et la typicalité.

Par ses sources d'inspiration, la LDO se trouve au carrefour de plusieurs domaines : logique, linguistique, sciences cognitives et intelligence artificielle et informatique fondamentale (langages orientés objets et langages applicatifs). En particulier, cette logique peut être vue comme une contribution positive à une théorie formelle des processus cognitifs de catégorisation qui repose sur une structuration des concepts et ses conséquences dans la construction d'objets de mieux en mieux déterminés, cette construction étant réalisée progressivement par l'action des opérateurs de détermination. Ainsi, la LDO n'est plus une catégorisation uniquement extensionnelle sous forme de classes d'équivalence, dont tous les objets seraient substituables les uns aux autres, l'identification des classes d'objets étant gérée par le principe d'extensionnalité. En articulant explicitement les concepts de F (intensions et essences) et les objets de O (objets déterminés, quelconques, indéterminés), la structure interne de F est engendrée par deux relations : la relation de compréhension ($\rightarrow$) et la relation de compréhension nécessaire ($|\!\!-\!\!-$) ; la structure interne de de O est engendrée à l'aide des opérateurs constructeurs τ et δ. La détermination des objets qui relève essentiellement de la composante constructiviste conduit à l'écriture d'algorithmes destinés à gérer les problèmes qui sont liés à l'héritage de propriétés dans les réseaux sémantiques et dans les constructions des ontologies de domaines particuliers, en y intégrant les aspects typiques et atypiques des objets. Il est clair qu'une comparaison plus systématique doit maintenant être entreprise entre d'une part, le modèle logique et cognitif proposé par la LDO et d'autre part, les méthodes actuelles utilisées par le Web sémantique, par les constructions d'ontologies et par les logiques de description.

La LDO est bien une logique : elle étudie la formation des concepts, leur éventuelle compositionnalité, les processus de leur catégorisation, en relation étroite avec les systèmes de raisonnement et les expressions linguistiques qui en

[37] Il serait intéressant de comparer l'aspect constructiviste de la LDO avec les approches constructivistes de l'approche intuitionniste, en particulier avec les approches constructivistes des cartésiennes fermées (McLarty (2006)) et la théorie des types (au sens de Martin Löf (1984), de Ranta (2006)).

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

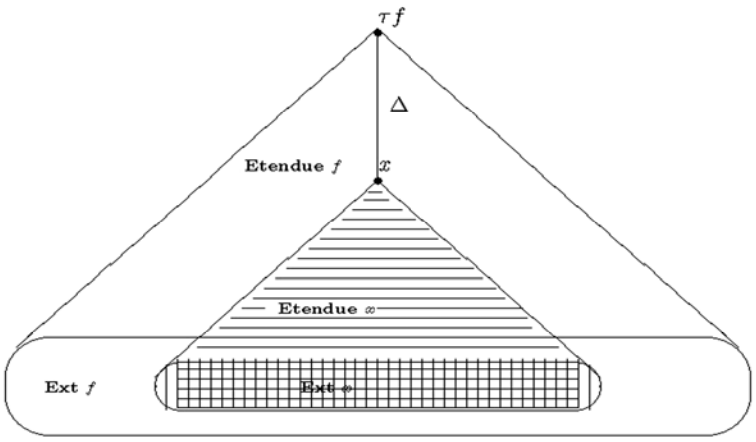


Fig. 1 – L'extension et l'étendue d'un concept.

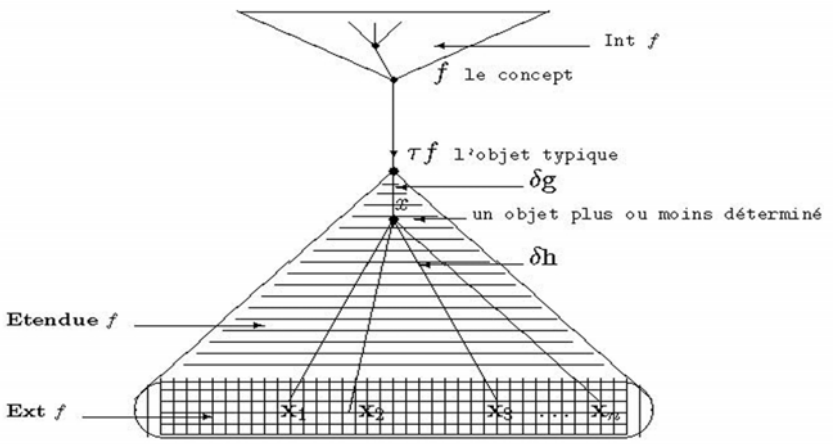


Fig. 2 – L'extension, l'étendue et l'intension d'un concept.

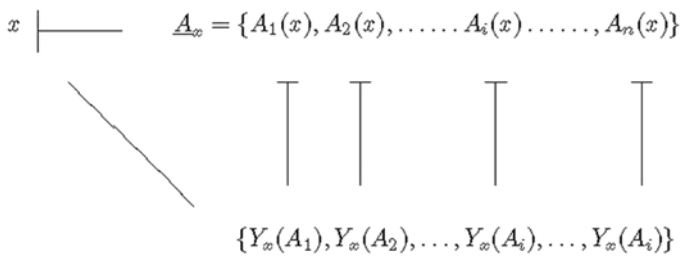


Fig. 3 – Le schéma object-attributs-valeurs.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

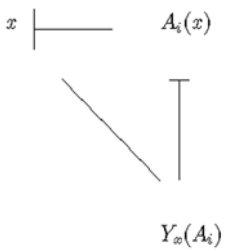


Fig. 4 – L'schéma object-attributs-valeurs.

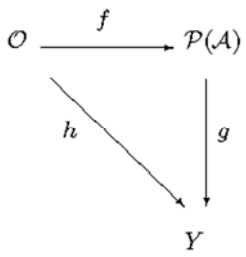


Fig. 5 – Le diagramme attribut-valeur.

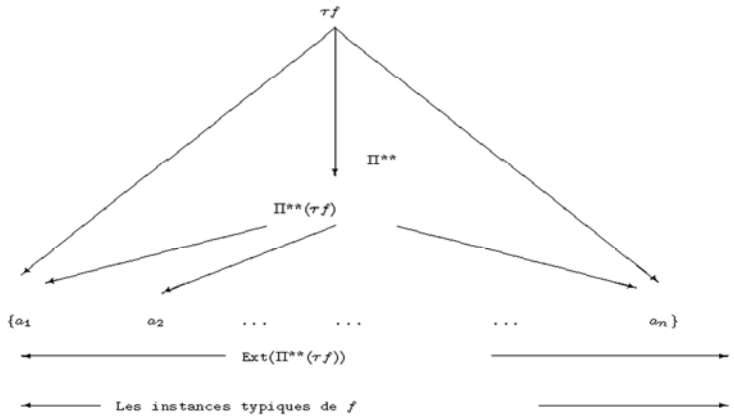


Fig. 6 – La construction de "l'object quelconque".

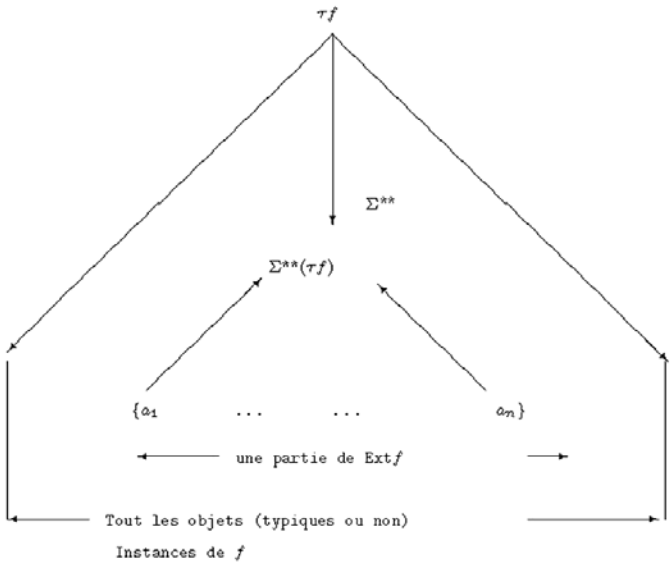


Fig. 7 – La construction de "l'object indétermine".

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

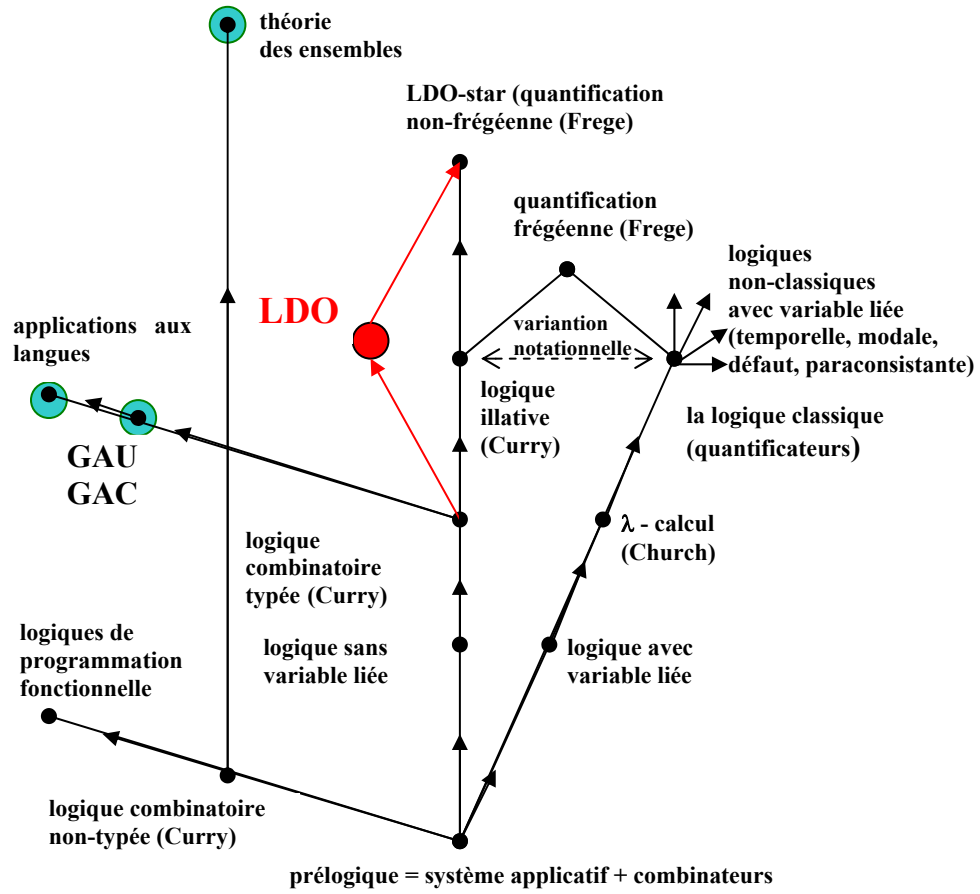


Fig. 8 – Une classification généalogique des logiques.

sont les traces sémiotiques dans les langues. Plus généralement, la LDO s'inscrit dans un vaste et ambitieux programme cognitif : l'analyse des "objets de pensée" en relation avec les "processus de pensée". En se coulant, pour y développer ses propres langages, dans la classe des formalismes applicatifs (Logique Combinatoire, λ-calcul, considérés comme des Urlogik, selon l'expression de Curry), elle est à la racine de plusieurs systèmes logiques plus ou moins généraux. La position de la LDO dans la généalogie des logiques est précisée dans la figure 8.

BIBLIOGRAPHIE

Arnauld, A., P. Nicole, 1662, *La Logique ou l'art de penser (1662)*, Introduction Louis Marin, édition 1992, Paris, Gallimard.
Barwise, J., J. Perry, 1983, *Situations and Attitudes*, Cambridge, MIT Press.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

Carnap, R., 1952, "Meaning postulates", *Philosophical Studies*, 3, 65–73.
Caveing, M., 2004, *Le problème des objets dans la pensée mathématique*, Paris, Librairie Philosophique J. Vrin.
Church, A., 1941, *The Calculi of Lambda Conversion*, Princeton University Press.
Curry, H. B., 1958, *Outlines of a Formalist Philosophy of Mathematics*, North Holland.
Curry, H. B., R. Feys, 1958, *Combinatory Logic*, volume 1, North Holland.
Curry, H. B., J. R. Hindley, J. P. Seldin, 1972, *Combinatory Logic*, volume 2, North Holland.
Da Costa, N. C. A., J.-Y. Beziau, O. Bueno, 1997, *Paraconsistent Logic in a Historical Perspective*, Technical Report 15/97, LNCC.
Desclés, J.-P., 1980*, Opérateur/opération : Recherches sur les formalismes intrinsèques en informatique fondamentale*, Thèse d'état en mathématiques, Paris, Université René Descartes.
Desclés, J.-P., 1981, "De la notion d'opération à celle d'opérateur ou à la recherche de formalismes intrinsèques", *Mathématiques et sciences humaines*, Paris, 5–32.
Desclés, J.-P., 1986, "Implication entre concepts : la notion de typicalité", *Travaux de linguistique et de littérature,* XXIV, 1, 79-102.
Desclé,. J.-P., 1988a, "Langage et cognition", *RSSI, Association Canadienne de Sémiotique*, 8, 1-2, 1–25.
Desclés, J.-P., 1988b, "Approximation et typicalité", in *L'A-peu-près. Aspects anciens et modernes de l'approximation*, Paris, Editions de l'Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales, 183–195.
Desclés, J.-P., 1990, *Langages applicatifs, langues naturelles et cognition*, Paris, Hermès.
Desclés, J.-P., 1993, "Dialogue sur la typicalité", in: M. Denis, G. Sabah (eds), *Modèles et concepts pour la science cognitive ; Hommage à Jean-François Le Ny*, Presses de l'université de Grenoble, 139–163.
Desclés, J.-P., 1995, "Langues, langage et cognition : quelques réflexions préliminaires", *Acta Romanica Basiliensa*, 3, p. 1–32.
Desclés, J.-P., 1996, "La logique combinatoire est-elle un "bon" formalisme d'analyse des langues naturelles ?", in *Journée "André Lentin"*, Publications du Centre d'Analyse et de Mathématiques Sociales, EHESS (avec le concours du CNRS), Paris.
Desclés, J.-P., 1997a, "Diversité des langues et logiques", in *Le colloque "Logiques et sciences humaines - nouveaux aspects"*, Université de la Sorbonne, Paris, juin 1997.
Desclés, J.-P., 1997b, "Auto-applicativité, paradoxes et logique combinatoire", Paris, *Cahier du CREA, Epistémologie et anthropologie*, 63–119.
Desclés, J.-P., 1997c, "Logique combinatoire, types, preuves et langage naturel", in: D. Miéville (ed.), *Travaux de logique, Introduction aux logiques non classiques*, CDRS, Université de Neuchâtel, 91–160.
Desclés, J.-P., 1997d, "Schèmes, notions, prédicats et termes", in *Logique, discours et pensée, Mélanges offerts à Jean-Blaise Grize*, Peter Lang, 9–36.
Desclés, J.-P., 1999, "De la notion aux opérations de quantification", in *Les Opérations de Détermination, Quantification/ Qualification*, Paris, Ophrys, Gap, 13–44.
Desclés, J.-P., 2002a, "Categorization : A Logical Approach of a Cognitive Problem", *Journal of Cognitive Science*, 3, 2, 85–137.
Desclés, J.-P., 2002b, "Diversité des langues, invariants cognitifs, architecture computationnelle", Présenté au colloque Rencontre de l'Académie Internationale de Philosophie des Sciences, Université de la Sorbonne, Paris, juin 2002.
Desclés, J.-P., 2004a, "Combinatory Logic, Language, and Cognitive Representations", in: P. Weingartner (ed.), *Alternative Logics. Do Sciences Need Them?*, Berlin, Springer Verlag, 115–148.
Desclés, J.-P., 2004b, "Combinatory Logic, Categorization and Typicality", Exposé présenté à la Rencontre de l'Association Suisse de Logique et Philosophie, Berne, octobre 2004.
Desclés, J.-P., 2004c, "Une analyse non frégéenne de la quantification", in: P. Joray (ed.), *La quantification dans la logique moderne*, Paris, L'Harmattan, 263–312.
Desclés, J.-P., 2005, "Représentations cognitives opérées par les langues", *Neophilologica*, 17, 17–42.
Desclés, J.-P., I. Kanellos, 1991, "La notion de typicalité : une approche formelle", in: D. Dubois (ed.) *Sémantique et cognition : catégories, prototypes, typicalité*, Editions du CNRS, 225–244.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

Desclés, J.-P., Z. Guentchéva, 1998, "Non Fregean Approach of Quantification in Natural Languages", in *Meeting on Language and Artificial Intelligence*, Fortaleza, Brasil, july 1998.
Desclés, J.-P., Z. Guentchéva, 2000, "Quantification without Bound Variables", in M. Böttner, W. Thümmel Wolf (eds), *Free Variable Semantics*, Osnabrck, Secolo-Verlag, 210–233.
Desclés, J.-P., K. Cheong, 2006, "Analyse critique de la notion de variable (points de vue sémiotiques et formels)", *Mathématiques et sciences humaines*, 173, 43–102.
Desclés, J.-P., A. Pascu, 2006, "Variables and notions of *Whatever* and *Indeterminate* in Logic of Determinations of Objects", *International Journal of Artificial Intelligence Tools*, 15, 6, 1041–1052.
Frege, G., 1879, *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*, Halle, 1879, Version française par Corinne Besson, l'Idéographie, Paris, Vrin1999.
Frege, G., 1891a, *Ecrits logiques et philosophiques*, Paris, Editions de Seuil, Titre original : Logische Untersuchung, Function und Begriff, 1891b, traduction et introduction de C. Imbert, 1971.
Frege, G., 1891b, *Translation from the Philosophical Writings of Gottlob Frege (1891)*, by Peter Geach and Max Black, 2nd ed. (with corrections), Oxford Basil Blackwell, 1960.
Frege, G., 1893, *Grundgesetze der Arithmetik, begriffsschriftlich abgeleitet*, (edition, 1893) translated and edited with an introduction by Montgomery Furth : Basic Laws of Arithmetic (exposition of the system), University of California Press, 1967.
Gardies, J.-L., 2004, *Du mode d'existence des objets de la mathématique*, Paris, Librairie Philosophique J. Vrin.
Gentzen, G., 1955, *Recherches sur la déduction logique*, Paris, Presses Universitaires de France, Traduit de l'allemand par R. Feys et J. Ladrire.
Gochet, P., P. Gribomont, A. Thayse, 2000, *Logique : méthodes pour l'intelligence artificielle*, Paris, Hérmès, Volume 3.
Groenendijk J., M. Stokhof, 1981, *Formal Methods in the Study of Language*, Mathematical Center, Amsterdam.
Heijenoort-Van, J., 1977, *From Frege to Gödel*, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.
Hilbert, D., P. Bernays, 1939, *Grundlagen des Mathematik*, Berlin, Springer Verlag.
Husserl, E., 1913, *Recherches logiques : Recherches pour la phénomnologie et la théorie de la connaissance*, volume 2, Titre original : Logische Untersuchungen ; Untersuchungen zur Phnomenologie und Theorie der Erkenntnis, publi par M. Niemeyer Halle en 1913, traduit par H. Elie, A. Kelkel et R. Scherer, Paris, Presses Universitaires de France, 1969.
Husserl, E., 1921, *Recherches logiques : Eléments d'une élucidation phénoménologique de la connaissance*, volume 3. Titre original : Logische Untersuchungen ; Untersuchungen zur Phnomenologie und Theorie der Erkenntnis, publié par M. Niemeyer Halle en 1921, traduit par H. Elie, A. Kelkel et R. Scherer, Paris, Presses Universitaires de France, 1974.
Kamp, H., B. H. Partee, 1995, "Prototype Theory and Compositionality", *Cognition*, 57, 129–191.
Keenan, E. L., L. Faltz. 1985, *Boolean Semantics for Natural Language*, Dordrecht, Reidel.
Largeault, J., 1970, *Logique et philosophie chez Frege*, Paris, Louvain, Editions Nauwelaerts.
Le Ny, J.F., 1979, *La sémantique psychologique*, Paris, Presses Universitaires de France.
Le Ny, J. F., 2005, *Comment l'esprit produit du sens*, Paris, Odile Jacob.
Leibniz, G. W., 1686a, "Logical Papers", Oxford, Oxford Press, 1966, in: G.H.R. Parkinson (ed.), 1966.
Leibniz, G. W., 1686b, *Recherches générales sur l'analyse des notions et des vériéts ; Ecrits sur la logique*, en 1686 ; introduction et notes par J.-B. Rauzy., Presses Universitaires de France, 1998.
Martin-Löf, P., 1984, *Intuitionistic Type Theory*, Napoli, Bibliophilis.
McLarty,C., 2006, "Two Constructiviste Aspects of Category Theory", in G. Heinzmann, G. Ronzitti, *Constructivism: Mathematics, Logic, Philosophy and Linguistics*, Philophia Scientiae, Cahier special, 95–114.
Meinong, A., 1921, *Théorie de l'objet (1904) Présentation personnelle (1921)*, Paris, Vrin, 1999. Traduit de l'allemand par Jean-Franois Courtine et Marc de Launay.
Montague, R., 1974a, "English as a Formal Language", in R. Thomason (ed.), *Formal Philosophy*, Yale University Press, New Haven, CT.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)

Montague, R., 1974b, «The Proper Treatment of Quantification in Ordinary English», in R. H. Thomason (ed.), *Formal Philosophy : selected papers of Richard Montague*, Yale University Press.
Nef, F., 1998, *L'objet quelconque – Recherches sur l'ontologie de l'objet*, Paris, Vrin.
Nef, F., 2006, *Les propriétés des choses. Expérience et logique*, Paris, Librairie philosophique J. Vrin.
Osherson, D. N., E. E. Smith, 1981, "On the adequacy of prototype theory as a theory of concepts", *Cognition*, 11, 237–262.
Pariente, J. C., 1985, *L'analyse du langage Port-Royal, six études logico-grammaticales*, Paris, Editions de Minuit.
Pascu, A., 2001, "Logique de Détermination d'Objets : concepts de base et mathématisation en vue d'une modélisation objet", Thèse de mathématiques, Université Paris-Sorbonne.
Pascu, A., F. G. Carpentier, J.-P. Desclés, 2003, "Object Determination Logic – A System for Natural Language Processing", in *Proceedings of the Sixteenth International Florida Artificial Intelligence Reasearch Society Conference - FLAIRS 2003*, 417–421.
Pascu, A., 2006, "Les objets dans la représentation des connaissances. Application aux processus de catégorisation en informatique et dans les sciences humaines", Habilitation à diriger des recherches, Paris, Université de Paris-Sorbonne.
Ranta, A., 1994, *Type-Theoretical Grammar*, Oxford, Clarendon Press.
Ranta, A., 2006, "Type Theory and Universal Grammar", in G. Heinzmann, G. Ronzitti, *Constructivism Mathematics, Logic, Philosophy and Linguistics*, Philophia Scientiae, Cahier special, 115–131.
Reiter, R., 1980, "A Logic of Default Reasoning", *Artificial Intelligence*, 13, 81–132.
Rosch, E., 1975, "Cognitive Representations of Semantic Categories", *Journal of Exprimental Psychology,* 104, 192–233.
Rosch, E., 1978, "Principles of Categorization", in: E. Rosch, B. Lloyd (eds), *Cognition and Categorization*, New Jersey, Lawrence Erlbaum, 1978.
Rosser, J. B., 1935, "A mathematical logic without variables", part *I Annals of Maths*, 2, 36, 127–150; part II Duke Math. J. 1, 328–55.
Russell, B., 1903, *The Principles of Mathematics*, Londres, George Allen, Seventh impression 1956.
Russell, B., 1910, *La théorie des types logiques*, Londres, George Allen.
Searle, J. R., 1969, *Speech Acts*, New York, Cambridge University Press.
Shaumyan, S. K., 1965, *Struktrurnaya linguistika*, Moscow, Nauka.
Shaumyan, S. K., 1987, *A Semiotic Theory of Language*, Bloomington, Indiana University Press.
Sommers, F., 1982, *The Logic of Natural Language*, Oxford, Clarendon Press.
Van Dalen, D., 1991, *Logic and Structure*, Springer-Verlag, Third Augmented Edition.
Vanderveken, D., 1990, Meaning and Speach, 1, Cambridge University Press.
Vanderveken, D., 1991, Meaning and Speach, 2, Cambridge University Press.
Vanderveken, D., 2005, (ed.), *Logic, Thought and Action*, Springer.

BDD-A285 © 2007 Editura Academiei
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.34 (2026-11-13 23:54:23 UTC)