LA RELATION D'EXEMPLIFICATION DANS LE LANGAGE DES MATHEMATIQUES

Dr. Alice TOMA
alice_toma@yahoo.com / toma1@etu.unige.ch

Abstract: A relational definition of the text could consider it as the result of combining phrases and sentences with connectors and establishing relations in the presence or absence thereof. There are different types of semantic-textual relations. In this article we try to describe the examplification relation, in general, and its specificity for mathematical language, in particular. Levels seen by our analysis were textual, grammatical, argumentative and practical. We establish the distinction between simple and complex examples, illustrative exemplify and argumentative exemplify. Basically, exemplification is a tool for intellectual 'rest' because of its concrete character, less abstract than its textual closeness. Exemplification is characterized by the similarity of construction between the examplified and exemplifier, similarity that provides relief of reasoning through repetition, and its multiplied structure.

Keywords: textual analysis, textual relationship, connector, exemplification, examplified and exemplifier, simple and complex examples, illustrative exemplify, argumentative exemplify.

D'une manière plus large, nous définissons la ***relation textuelle*** comme une structure de trois segments textuels – la partie gauche, le « relationneur » et la partie droite de la relation – structure qui a la fonction d'assurer la continuation (cohérence) textuelle. Le sens global du texte (en tant que résultat de plusieurs relations reliées, à leur tour, entre elles) ou du fragment de texte (résulté de la concaténation des trois segments qui constituent une relation) est assuré par le bon fonctionnement de l'action relationnelle, à savoir, l'adéquation réciproque des trois parties de la structure. En termes syntaxiques, dans un exemple classique, la succession des trois segments revient à:

syntagme + connecteur (relationneur) + syntagme.
Exé + par exemple + Exnt, pour l'exemplification.

BDD-A4118 © 2008 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.42 (2026-11-16 05:10:35 UTC)

Dans certaines situations[1], un des trois constituants de la structure relationnelle peut manquer. Mais, pour l'instant, on reste sur cette hypothèse intuitive pour passer à l'analyse des dates empiriques pour pouvoir aboutir finalement aux généralisations théoriques et à une définition linguistique des ***relations d'exemplification mathématiques***.

L'exemplification, est une des plus fréquentes relations mathématiques. Plus simplement on l'appelle l'exemple[2].

L'exemplification est un phénomène complexe, qui peut être étudier de différents points de vue. Emilio Manzotti distingue cinq aspects de l'exemplification :

- l'exemplification en tant que phénomène (linguistique) textuel ;
- l'exemplification en tant que phénomène (linguistique) grammatical ;
- l'exemplification en tant que phénomène (rhétorique) argumentatif ;
- l'exemplification en tant que type textuel et genre littéraire ;
- l'exemplification en tant que problème pratique, de la théorie de la composition et de l'interprétation.

1. L'exemplification en tant que phénomène (linguistique) textuel

L'exemplification constitue, à l'intérieur d'un texte, la liaison nécessaire entre « un cas particulier et un cas général » (Manzotti 1995 : 49). La marque du passage exemplificatoire apparaît soit au début du passage exemplificatoire, soit à l'intérieur de celui-ci, soit à sa fin. L'exemplification est suivie d'un retour à un degré plus haut de généralisation qui est relié au fragment exemplifié.

Exemple: « Signe d'appartenance. Elément *dans* un ensemble: par exemple $3 < \mathbf{N}$ et $\pi < \mathbf{R}$. On écrit indifféremment $\pi < \mathbf{R}$ ou $\mathbf{R} > \pi$. » (Harpe 2004: 20).

[1]Un des trois segments de la structure relationnelle peut manquer dans certaines occurrences. Il est intéressant de pouvoir établir les conditions dans lesquelles l'action relationnelle peut être remplie, malgré
le fait que la structure relationnelle ne contient pas les trois éléments.

[2]Dans le tableau de fréquence résulté de notre corpus, ***l'exemple*** occupe la première place.

BDD-A4118 © 2008 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.42 (2026-11-16 05:10:35 UTC)

Dans l'exemple ci-dessus la marque d'exemplification *par exemple* précède le passage exemplificatoire, l'Exnt étant *3 < **N** et pi < **R***. La partie générale, l'Exé *Elément dans un ensemble* est reprise dans le passage qui suit l'Exnt et enrichie avec le symbole introduit dans l'Exnt. Nous constatons qu'à l'aide de l'exemple on introduit un sens supplémentaire au signe d'appartenance, à côté de 'dans', à savoir 'contient'.

L'exemplification a, dans un sens intuitif, une fonction illustrative et justificative.

Exemple: « Une application *α : X --> Y* est dite [...] *bijective* si *α* est à la fois injective et surjective. EXEMPLES. [...] (iv) *δ : [0, ∞[>'appartient' t --> t^2 < [0, ∞[* est bijective. » (Harpe 2004: 23).

Dans cet exemple, *X* et *Y* ont une valeur précise, à savoir *[0, ∞]*. La même chose pour qui devient *t --> t^2*. De cette façon, (iv), un Exnt, illustre l'Exé, la propriété d'une application d''être bijective'.

Un problème important qui se pose dans le cas de l'exemplification est si la présence d'un marqueur exemplificatif (***par exemple***) est nécessaire, si son apport sémantique est décisif pour la construction de l'exemplification ou si son absence peut être remplacée par le contexte.

En tant que phénomène textuel, « l'exemplification, en effet, est une des « actions linguistiques » particulières qui sont classifiées soit comme tenant de l' « organisation », soit comme tenant de la « construction » textuelle : donc une action avec laquelle celui qui écrit détermine progressivement l'architecture complexe du texte. » (Manzotti 1995 : 52)[3].

L'exemplification peut être ***simple*** ou ***complexe***, c'est-à-dire, étant constituée d'un ou plusieurs exemples.

Entre l'***exemplifiant*** et le fragment de texte auquel l'exemple fait référence (l'***exemplifié***) il y a une relation d'***exemplification***. Cette relation n'est pas une relation « interpropositionnelle » (entre « états de choses »), mais une relation entre segment de texte.

Parmi les connecteurs d'exemplification, on distingue :

[3]« In quanto azione, l'esemplificazione produce uno o più enunciati – per lo scritto : uno o più periodi – a cui sarà lecito dare ancora complessivamente il nome di esemplificatione (un *nomen actionis* designa in effetti normalmente anche il risulto delle azione). (Manzotti 1995 : 52-53).

BDD-A4118 © 2008 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.42 (2026-11-16 05:10:35 UTC)

- les marqueurs spécifiques (*par exemple*), qui identifient d'une manière univoque une certaine relation comme étant une exemplification ;
- les marqueurs non spécifiques qui ;
- demandent une classe plus ample de relations ;
- expriment normalement d'autres relations, mais qui peuvent introduire aussi une exemplification (par exemple, *ainsi*).

Pour le texte mathématique la marque préférée semble être *Exemple(s)*. La marque *ainsi* n'introduit pas un exemple:

Exemple: « On définit la *composition* de ∞ et □

X --> Z

□□ :

x --> □(□(x)).

Ainsi, □□ est bien la composition dans l'ordre indiqué par le diagramme

X -> □ --> Y -> □ --> Z. » (Harpe 2004: 22).

Dans l'exemple ci-dessus *ainsi* introduit une sorte de reformulation et non pas une exemplification.

Quand l'exemplification est une séquence textuelle plus grande, le connecteur –marqueur de l'exemplification est remplacé par une proposition entière, ayant pour prédicat ou argument un des termes de la famille lexicale de l'*exemple*.

Exemple: « Après un nombre fini de telles étapes, on obtient un système dont la solution est 'évidente'. Les trois exemples qui suivent illustre l'algorithme. (Le lecteur exigeant trouvera sans doute – à juste titre – notre description trop vague; une formulation plus satisfaisante viendra en son temps, peut-être dans un cours de programmation.) EXEMPLE 1. [...]. » (Harpe 2004: 15).

La phrase 'Les trois exemples qui suivent illustre l'algorithme' introduit un ensemble d'exemples qui constitue l'Exnt d'une longueur d'environ deux pages. L'Exé lui aussi est d'une quantité significative (environ deux pages) qui décrivent la méthode de Gauss utilisée pour résoudre les systèmes linéaires.

BDD-A4118 © 2008 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.42 (2026-11-16 05:10:35 UTC)

2. L'exemplification en tant que phénomène (linguistique) grammatical

L'analyse grammaticale de l'exemplification s'occupe des aspects de la sémantique lexicale et de la sémantique et pragmatique de la phrase (de l'énonciation).

Du point de vue syntaxique, l'exemplification se présente comme une apposition accompagnée des expressions qui indiquent le caractère exemplificatif.

Si l'on limite l'apposition à ses occurrences nominales, on peut utiliser le raisonnement par réduction à l'absurde pour établir la liaison sémantique (seulement !) de l'exemple à son antécédent. On vérifie rapidement avec Emilio Manzotti[4] qu'il ne s'agit pas d'une spécification, mais plutôt d'un « cas particulier » parmi plusieurs cas générales (v. 1/5'') ou d'un rapport élément – ensemble (v. la non acceptabilité du 1/5''').

La relation d'exemplification et son marque méritent une analyse plus fine pour établir leur contribution à la sémantique et pragmatique de la phrase.

3. L'exemplification en tant que phénomène (rhétorique) argumentatif

L'exemple est, dans la rhétorique antique, une technique d'argumentation basée sur l'analogie qui consiste dans « la liaison des affirmations particulières » (Manzotti 1995 : 55). L'exemple est une sorte d'induction[5].

Le mécanisme de l'induction est très bien donné dans ce qui suit : « Dunque, da una proposizione *p0* vera o ammessa per vera si conclude per via d'esempio alla verità o utilità o necessità di altra

[4]« L'idea della specificazione, in primo luogo. Essa, confrontata all'evidenza di coppie di contrastante accetabilità comme (1/5) e (1/5'), si rivela subito insufficiente, anche se nulla impedisce a rigore la ripresa esemplificativa di una entità singola (cfr. (1/5'')) :

(1/5) Ho comperato un giornale stamatina : il *Corriere.*

(1/5') *Ho comperato un giornale stamatina : il *Corriere*, ad esempio.

(1/5'') Comperale un giornale : il *Corriere*, ad esempio.[…].

(1/5''') [?]Ho comperato tre giornali, stamatina : il *Corriere*, ad esempio » (Manzotti 1995 : 54-55).

[5]« L'esempio è così una "induzione retorica", cioè una induzione di tipo particolare, che non fa passare da uno/ più casi singoli ad una generalizzazione, ma piuttosto da uno/ più casi singoli ad un altro caso particolare per il tramite di una generalizzazione implicita (= induzione). » (Manzotti 1995 : 55).

BDD-A4118 © 2008 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.42 (2026-11-16 05:10:35 UTC)

proposizione *p1* sulla base di 'somiglianze': proprietà comuni (e di una certa evidenza) a p0 e p1 – sulla base cioè di un principio generale di cui sia p0 sia p1 sono istanze. Nelle accezioni discusse sopra un esempio pi serviva a corroborare una asserzione generale p di cui pi era un caso particolare (p = {pi}). Qui, per contro, si rimane all'interno del paradigma relativo allo specifico esempio menzionato, dando per scontata la validità dell'asserzione generale. Una volta assunta la definizione di esempio come argomentazione da caso particolare a caso particolare, si apre il campo a tutta la varietà di manifestazioni che la tradizione giuridica ha debitamente riconosciuto e commentato; si avranno cosÌ gli 'argomenti' (o 'esempi') *a pari*, *a contrario*, *a fortiori*, ecc. » (Manzotti 1995 : 57).

4. L'exemplification en tant que type textuel et genre littéraire

L'exemple en tant que type ou genre textuel (littéraire) se caractérise par une structure, une fonction et un contenu spécifique. La définition nous montre clairement qu'il ne présente aucun intérêt pour les relations mathématiques :

« Un *exemplum* consiste essenzialmente nella narrazione all'interno di un testo (predica, ecc.) di un fatto – storico o similstorico – che illustri in modo particolamente icastico, in positivo o in negativo, una verità generale dell'ordine del morale, colpendo l'immaginazione dei destinatari e fissandosi nella loro memoria come *memento* per comportamenti futuri. » (Manzotti 1995 : 58).

5. L'exemplification en tant que problème pratique, de la théorie de la composition et de l'interprétation

Dans la construction du texte, l'exemplification interagit avec d'autre « mouvements » (la justification, la particularisation) et organise la transmission de l'information, ayant un rôle important au niveau didactique, par exemple. Elle est :

- une pause « physiologique » de la communication ; elle assure l'abaissement du fluxe informationnel et du raisonnement ; elle permet la compréhension et le souvenir de l'idée du texte.

- un instrument de « copie » ; elle assure le passage des cas particuliers à la généralisation ou, à l'envers, elle constitue l'illustration des affirmations générales.

BDD-A4118 © 2008 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.42 (2026-11-16 05:10:35 UTC)

Mais l'exemplification, mal utilisée, peut conduire à une difficulté d'interprétation du texte. Ainsi, quand on fait le passage d'un ou plusieurs exemples (non marqués comme tels) à la généralisation qui est basée sur ceux-ci, il est difficile de séparer la généralisation de ses exemples cataphoriques. De même, quand l'exemple est reliée à deux ou plusieurs idées générales, il est difficile pour le lecteur de fragmenter l'exemple en deux parties correspondantes à chacune des deux généralisations.

L'utilisation claire de l'exemplification impose des étapes obligatoires[6]. Or, selon le corpus, il apparaît que les mathématiques utilisent toujours d'une manière appropriée l'***exemple***.

Exemple: « L'ensemble **Q** des nombres rationnels, contenant par exemple -2, ¾, 11 ½. » (Harpe 2004: 19).

Dans l'exemple précédent l'Exnt est composé de trois membre -2, ¾ et 11 ½, mais ce fait n'attend pas la clarté de l'exemplification. La marque explicite, *par exemple*, ainsi que le pluriel présent dans l'Exé *des nombres* sont des indices qui permettent une lecture correcte de la relation d'exemplification, tout en comprenant facilement l'exemple triple. D'ailleurs il s'agit ici d'un cas assez simple. Mais, même dans les exemples sont plus complexes, la clarté est gardée. Un des moyens pour y aboutir est la prolifération des marqueurs d'exemplification. Par exemple, pour donner des exemples d'application de la méthode de Gauss, l'auteur combine la marque phrastique 'Les trois exemples qui suivent illustre l'algorithme' avec la marque habituelle qui apparaît devant chaque partie de l'Exnt, accompagnée d'un nombre qui élimine toute possible ambiguïté.

6. Quelques aspects linguistiques de l'exemplification

Nous considérerons l'exemplification telle qu'elle est définie par Emilio Manzotti (1995).

L'analyse est concentrée sur l'exemplification (phrasale) du constituant et sur la sémantique et la pragmatique des connecteurs. Ce fait

[6] « Teme come quelli a cui si è accennato sono tappe obbligate non solo verso una (ancora tutta da scrivere) 'stilistica della costruzione testuale', ma anche, accanto allo studio di analoghi movimenti testuali, in generale dell'educazione logica, di quell''arte del pensare razionale' che è il denominatore comune di ogni disciplina. » (Manzotti 1995 : 63).

BDD-A4118 © 2008 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.42 (2026-11-16 05:10:35 UTC)

nous permet la distinction entre l'***exemplification*** et d'autres types de relations apparentées : la ***particularisation*** et la ***justification***.
L'exemplification est une relation établie :

iv.

soit entre des fragments d'un texte (des énonciations) ;

v.

soit entre des constituants d'une phrase.

Les mathématiques utilisent les deux types d'exemplification. Si les exemplifications des énonciations sont plus fréquentes par rapport aux exemplifications des constituants d'une phrase, c'est parce que l'exemplification apparaît pour illustrer des concepts mathématiques très complexes dont la description nécessite un grand espace énonciatif.

i. Le premier énoncé d'une exemplification est une assertion, une question ou un ordre. Le deuxième énoncé de l'exemplification peut être, lui aussi, une assertion, une question ou un ordre. Mes les divers types sintaxico- sémantiques ne se combinent pas aléatoirement à l'intérieur d'une même exemplification[7].

L'exemplification, le plus fréquemment, combine les illocutions homologues : assertion et assertion, demande et demande et ainsi de suite. Les mathématiques préfèrent la combinaison assertion et assertion:

Exemple: « Élément *dans* un ensemble: par exemple 3 < **N** et pi < **R**. » (Harpe 2004: 20).

Le choix de l'assertion n'est pas nécessairement relié avec l'exemplification, mais plutôt avec le texte scientifique.

On fait la distinction, dans le cas d'un exemplification d'une assertion, entre l'illustration (***exemplification illustrative***) et l' exemplification proprement dite (***exemplification argumentative***).

L'exemplification est illustrative quand l'exemple est relié au contenu propositionnel de l'assertion (c'est le cas des définitions, donc le cas le plus fréquent pour le langage mathématique). Nous prenons l'exemple d'Emilio Manzotti (1995) : « Si pensi a formulazioni del tipo di 'Un anello è

[7]« Va da sé tuttavia che in tutti questi casi di eterogeneità illocutiva l'esemplificazione vera e propria susiste tra la proposizione asserita dalla principale e la proposizione implicitata assertivamente dalla domanda o dall'ordine esemplificativo. » (Manzotti 1995 : 64).

BDD-A4118 © 2008 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.42 (2026-11-16 05:10:35 UTC)

per definizione un insieme dotato di *ecc.* – Ad esempio, è un anello l'insieme dei *ecc.'*. » (Manzotti 1995 : 65). Pour ce type d'exemplification, le corpus nous offre un nombre important de cas. Par exemple:

Exemple: « **Intersections et réunions de sous-ensembles.** Soient *A*, *B* deux sous-ensembles d'un ensemble *X*. [...] Intersection: *A ^ B = {x < X/ x<A et x<B}*. EXEMPLES. Pour un entier *d >-0*, désignons par *d**Z*** le sous-ensemble des entiers rationnels qui sont des multiples entiers de *d*. Alors *2**Z*** *^ 5**Z** = 10 **Z*** » (Harpe 2004: 21).

Dans ce cas la définition de l'intersection, pour deux ensembles A et B est illustrée par le cas de l'intersection des ensembles 2Z et 5Z.

L'exemplification est argumentative quand l'exemple est relié à l'assertion de l'exemplifié, se constituant comme une sorte de justification. Les exemples mathématiques de ce genre sont difficiles à trouver. Apparemment ils manquent de notre corpus.

ii. L'exemplification à l'intérieur de la phrase est soit un rapport appositif, l'apposition suivant n'importe quel constituant[8] : sujet, objet, circonstant, soit le constituant même.

Exemples: « Pour désigner une paire d'éléments, on écrit par exemple (0, 1) < **R2**, et il faut noter que (0, 1) =/ (1, 0) . » (Harpe 2004: 21).

Dans cet exemple l'Exnt (0, 1) < **R2** a la function syntaxique d'objet direct.

Le marqueur de l'exemplification du constituant (*par exemple*) occupe différentes position par rapport au constituant qui est l'exemple.

7. Est-il obligatoire, le marqueur de l'exemplification ?

On fait la distinction, avec Emilio Manzotti, entre l'***action d'exemplification*** et la ***relation d'exemplification***. La question qui se pose est s'il existe une action d'exemplification sans le marqueur spécifique.

[8]« La relazione di esemplificazione (segnalata da *ad esempio*), se ne potrebbe concludere, non sussiste tra entità, non è cioè una relazione elemento-insieme, ma piuttosto una relazione tra stati di cose – proposizioni – o più esattamente ancora tra enunciazioni, vale a dire tra azioni linguistiche. » (Manzotti 1995 : 66).

BDD-A4118 © 2008 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.42 (2026-11-16 05:10:35 UTC)

D’un premier regard, on constate que, si deux segments se succèdent, le premier ayant un caractère plus général et le second étant plus spécifique, alors le marqueur d’exemplification n’est pas nécessaire (par exemple, Offre-la des fleurs, des roses.). Mais « une action linguistique doit nécessairement être signalée dans les cas où l’absence du marqueur, au lieu d’être neutre, dirige plutôt vers une autre action. » (Manzotti 1995 : 67).

Dans le cas de l’exemplification (à l’exception ci-dessus mentionnée), l’absence du marqueur (lexical ou paralinguistique) implique une lecture différente du texte : il s’agit d’une « spécification », pas d’un exemple (action qui a pour marqueur spécifique *précisément*). Le texte mathématique – conformément au notre corpus – vient dans l'appui de cette affirmation: effectivement l'exemplification est toujours marquée.

La spécification se distingue de l’exemplification par : elle est exhaustive (peut choisir tous les éléments d’un ensemble) ; elle n’est pas « potentielle » (sa première partie).

8. Conclusions

L'exemplification ou plus simplement l'exemple est en même temps une action et une relation textuelle. Elle peut être étudiée sous divers aspects: textuel, grammatical, argumentatif, littéraire et pratique.

L'exemplification est composée de trois parties, Exé, marqueur et Exnt. L'analyse textuelle nous montre que tous ces trois composants sont obligatoires, en d'autres termes, tous sont exprimés dans le texte. L'Exnt apparaît à l'intérieur de la phrase ou constitue elle même une phrase ou un segment de texte. Dans le premier cas nous parlons de l'***exemplification simple***, dans ce dernier nous parlons de l'***exemplification complexe***. Les deux types d'exemplificaitons sont bien représentés dans le langage mathématique. Si les mathématiques utilisent l'exemplification complexe, alors le texte contient plusieurs marqueurs. Normalement le premier marqueur de l'exemplification est un marquer de type phrase. Après cette marque phrasale le texte est parsemé par les marque de type *exemple + numéro* où le numéro indique la place et la quantité des Exnt-s.

L'Exnt – dans le cas de l'exemplification simple – est, le plus souvent, une apposition qui peut accompagnée tout constituant de la phrase: le sujet, l'objet ou le circonstant. Mais il y a des cas ou l'Exnt occupe lui même la place d'un constituant de la phrase. Cette situation semble une spécificité du langage mathématique.

BDD-A4118 © 2008 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.42 (2026-11-16 05:10:35 UTC)

L'Exé et l'Exnt – dans le cas de l'exemplification complexe – sont les actes illocutoires du même type; pour les mathématiques, l'acte prédominant est l'assertion qui répond au caractère apporteur de connaissances du texte scientifique.

L'exemplification est une argumentation d'un cas particulier à un autre cas particulier. Mais, dans le cas de mathématiques, le plus souvent, l'Exé est plus abstrait, plus général que l'Exnt.

Si elle est correctement utilisée, l'exemplification est une 'pause' psychique qui assure un parcours plus facile des textes. Elle est aussi, du point de vue pratique, une sorte de 'multiplication' des raisonnements, car elle reprend le même schéma logique, mais le schéma est couvert d'une autre 'parure'.

BIBLIOGRAPHIE

CORNULIER, Benoît de, 1985, *Effets de sens*, Paris: Les Editions de Minuit.

MANZOTTI, Emilio, 1995, «Aspetti linguistici dell'esemplificazione'», in *Versus*, 70-71, pp. 49-114.

MANZOTTI, Emilio, 1993, « L'esemplificazione. Natura e funzioni di un procedimento di composizione testuale », in V. Bonini e M. Mazzoleni (a c. di), *L'italiano (e altre lingue). Strumenti e modelli di analisi*, Pavia: Iuculano, pp. 47-98.

ROSSARI, Corinne, 1992, *Les opérations de reformulation*, Berna: Lang.

TOMA, Alice, 2006, *Lingvistică şi matematică*, Bucureşti: EUB.

Sources textuelles

DE LA HARPE, Pierre, 2004, *Algèbre linéaire,* Geneve: Université de Genève.

BDD-A4118 © 2008 Editura Muzeul Literaturii Române
Provided by Diacronia.ro for IP 216.73.217.42 (2026-11-16 05:10:35 UTC)